

Victor Gabriel Monteiro

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE EQUALIZADORES
LINEARES UTILIZADOS NO *UPLINK* DE SISTEMAS MIMO**

Trabalho de Conclusão de Curso
submetido ao Departamento de
Engenharia Elétrica e Eletrônica da
Universidade Federal de Santa Catarina
para a obtenção do título de Bacharel
em Engenharia Elétrica/Eletrônica
Orientador: Prof. Danilo Silva Ph.D

Ficha de identificação da obra elaborada pelo autor,
através do Programa de Geração Automática da Biblioteca Universitária da UFSC.

Monteiro, Victor Gabriel

Avaliação do desempenho de equalizadores lineares
utilizados no uplink de sistemas MIMO / Victor
Gabriel Monteiro ; orientador, Danilo Silva, 2018.
69 p.

Trabalho de Conclusão de Curso (graduação) -
Universidade Federal de Santa Catarina, Centro
Tecnológico, Graduação em Engenharia Eletrônica,
Florianópolis, 2018.

Inclui referências.

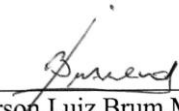
1. Engenharia Eletrônica. 2. Equalizadores
Lineares MIMO. 3. Avaliação de Desempenho. 4. MU
MIMO. 5. Uplink. I. Silva, Danilo. II. Universidade
Federal de Santa Catarina. Graduação em Engenharia
Eletrônica. III. Título.

Victor Gabriel Monteiro

**AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO DE EQUALIZADORES
LINEARES UTILIZADOS NO *UPLINK* DE SISTEMAS MIMO**

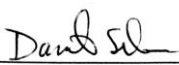
Este Trabalho foi julgado adequado para obtenção do Título de Bacharel
em Engenharia Eletrônica e aprovada em sua forma final pela Banca
Examinadora

Florianópolis, 03 de dezembro de 2018.



Prof. Jefferson Luiz Brum Marques, Dr.
Coordenador do Curso

Banca Examinadora:



Prof. Danilo Silva, Ph.D.
Orientador (a)
Universidade Federal de Santa Catarina



Prof. Carlos Aurélio Faria da Rocha, Dr.
Universidade Federal de Santa Catarina



Eng. Ricardo Bohadzuk Venturelli

*Este trabalho é dedicado aos meus pais
José e Márcia que me apoiaram
incondicionalmente nesta jornada da
graduação.*

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus por ter me concedido vida, força, sabedoria, e a oportunidade de experimentar de seu poder através das extraordinárias bênçãos durante todo esse período de graduação. Todo conhecimento vem dEle, e por meio dEle todas as coisas vieram a existir.

Agradeço a meus pais, que desprenderam esforço enorme para que eu tivesse a oportunidade de ter um ensino de qualidade durante toda a minha vida, inclusive nesta etapa de ensino superior. Vocês foram guerreiros incansáveis, condutos de bênçãos que me jamais mereci.

Agradeço também ao professor Danilo Silva, meu orientador, que me concedeu a oportunidade de aprender muitas coisas durante a graduação, e que com paciência, sabedoria e compreensão me ajudou a completar este trabalho de conclusão de curso. Uma menção especial também deve ser feita ao Ricardo Bohackzuk Venturelli, que desprendeu tempo e esforço para me auxiliar tecnicamente.

Além destes, agradeço ao restante da minha família e amigos por todo o apoio concedido, palavras de incentivo e experiências vividas que constituem quem sou.

Reconheço que se alcancei este objetivo, não o alcancei sozinho. Que minha gratidão se estenda a todos os que fazem e já fizeram parte da minha vida, e que de alguma forma contribuíram direta ou indiretamente para esta conquista.

RESUMO

A fim de aumentar o desempenho da comunicação sem fio, empregam-se técnicas que utilizam múltiplas antenas nos dispositivos transmissor e receptor. Estas técnicas são denominadas MIMO. A compreensão dos possíveis modelos do canal sem fio, aplicados ao sistema MIMO é essencial para o desenvolvimento destas técnicas. Neste trabalho são abordadas algumas técnicas de equalização no receptor MIMO (especialmente no *Uplink*), as quais são responsáveis por explorar vantagens da comunicação com múltiplas antenas, e combater o ruído e a interferência intersimbólica. Dentre os equalizadores lineares que são a base para todos os outros, serão aqui apresentados e avaliados os desempenhos do: filtro casado espacial, forçagem a zero e o mínimo erro médio quadrático. A métrica de avaliação do desempenho é a taxa de erros de bit.

Palavras-chave: MIMO. Uplink. Comunicações sem fio. BER. Modelagem do Canal. Equalização Linear. Desempenho. Filtro espacialmente casado. Forçagem a Zero. Mínimo Erro Médio Quadrático.

ABSTRACT

In order to increase the performance of wireless communications, some techniques are developed using multiple antennas on the transmitter and receiver. These techniques are called MIMO (Multiple Input Multiple Output). The comprehension of the channel models applied on MIMO system is essential to the development of these techniques. This paper shows the some equalization techniques used on MIMO receiver, (specially on the Uplink) which are responsible for taking advantage of the multi antenna communications and deal with the noise and intersymbol interference. Among the linear equalizers, which are the base for all the others, this paper aims to present and analyze the performance of the following ones: spatial matched filter, zero forcing and minimum mean square error. The analysis mean to evaluate the performance is the bit error rate.

Keywords: MIMO. Uplink. Wireless communications. BER. Channel Model. Linear Equalizer. Performance. Spatial Matched Filter. Zero Forcing. Minimum Mean Square Error.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Modelo em banda passante da parte do sistema que pode ser simplificado pelo equivalente banda base [1].	11
Figura 2 - Diagrama do Downlink e <i>Uplink</i> no sistema MU-MIMO [5].	15
Figura 3 - <i>Uplink</i> no <i>Massive</i> MIMO	19
Figura 4 - Símbolo OFDM aumentado Incluindo prefixo cíclico [6]...	21
Figura 5 - Aplicação do OFDM no sistema MIMO [6].....	22
Figura 6 - Conceito Alocação de Usuários OFDMA [6].....	23
Figura 7 - Esquema dos mapeamentos localizado e distribuído no SC-FDMA	23
Figura 8 - BER Uplink do canal MIMO 4x4 para equalizadores MF, ZF e MMSE.	39
Figura 9 - Comparação BER entre modulações M-QAM. Equalização MF.....	40
Figura 10 - Comparação BER entre modulações M-QAM. Equalização MMSE.....	41
Figura 11 - Comparação BER entre modulações M-QAM. Equalização ZF.....	41
Figura 12 - Comparação de BER com o crescimento do número de antenas. Equalização MF.....	43
Figura 13 - Comparação de BER com o crescimento do número de antenas. Equalização ZF.....	43
Figura 14 - Comparação de BER com o crescimento do número de antenas. Equalização MMSE.....	44
Figura 15 - Comparação BER com crescimento massivo de antenas na recepção. SNR=3dB. Todos os 3 equalizadores.....	45
Figura 16 - Comparação BER com crescimento massivo de antenas na recepção e aumento da SNR. SNR=20dB. Todos os 3 equalizadores...	46
Figura 17 - BER vs SNR para equalizadores MF, ZF, e MMSE. Considerando razão $M_R/M_T=5$ e SNR de -5dB.....	47

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SIMO – Single Input Multiple Output – Entrada Única Saída Múltipla
MIMO – Multiple Input Multiple Output – Entrada Múltipla Saída Múltipla
MU-MIMO – Multi User MIMO – MIMO multiusuário
RF – Radio Frequência
QAM – Quadrature Amplitude Modulation – Modulação de Amplitude em Quadratura
I.I.D. - Independentes e Identicamente Distribuídas
FDM – Frequency Division Multiplexing – Multiplexação por Divisão em Frequência
OFDM – Orthogonal Frequency Division Multiplexing – Multiplexação por divisão em frequências ortogonais
OFDMA – Orthogonal Frequency Division Multiple Access – Múltiplo Acesso por divisão em frequências ortogonais
SC-FDMA – Single Carrier Frequency Division Multiple Access – Múltiplo acesso por divisão em frequência utilizando portadora única
AWGN – Additive White Gaussian Noise – ruído gaussiano branco aditivo
RMS – Root Mean Square – Raiz do valor quadrático médio
CSI – Channel State Information – Informação do estado do canal
CSIR – CSI no Receptor
CSIT – CSI no Transmissor
DFT – Discrete Fourier Transform – Transformada de Fourier Discreta
IDFT – Inverse Discrete Fourier Transform - Transformada Inversa de Fourier Discreta
FFT – Fast Fourier Transform – Transformada rápida de Fourier
LTE – Long Term Evolution – Evolução a longo prazo
BER – Bit Error Rate – Taxa de Erro de bit
SNR – Signal to Noise Ratio – Razão Sinal Ruído
ISI – Intersymbol Interference – Interferência Intersimbólica
ML – Maximum Likelihood – Máxima Verossimilhança
MF – Matched Filtering – Filtragem casada
ZF – Zero Forcing – Forçagem a Zero
MMSE – Minimum Mean Square Error – Mínimo erro quadrático médio
MRC – Maximum Ratio Combining – Combinação de máxima Razão
SIC – Successive Interference Cancellation – Cancelamento sucessivo de Interferência

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	Motivação.....	2
1.2	Objetivos	2
2	MODELAGEM DO CANAL	5
2.1	Modelo de Canal Linear Variante no Tempo e Frequência	6
2.2	Modelo Equivalente em Banda Base	7
2.2.1	Modelo Banda Base em Tempo Discreto.....	8
2.2.2	Abordagem estatística (Modelo Rayleigh).....	10
2.3	Espalhamento Doppler e Tempo de Coerência	11
2.4	Espalhamento de Atraso e Banda de Coerência.....	13
3	UPLINK NO MU-MIMO.....	15
3.1	O Sistema MU-MIMO	15
3.2	<i>Massive MIMO no Uplink</i>	18
3.3	OFDM em sistemas MIMO	19
3.4	Especificações Gerais do Sistema Utilizado	24
4	EQUALIZADORES MIMO	27
4.1	Equalizador Ótimo (Máxima Verossimilhança).....	27
4.2	Equalizadores Práticos	28
4.2.1	Equalizadores SIC.....	28
4.2.2	Equalizadores lineares.....	29
4.2.2.1	Filtragem espacial casada (Matched Filtering – MF).....	30
4.2.2.2	Forçagem a Zero – ZF.....	32
4.2.2.3	Mínimo Erro Médio Quadrático – MMSE.....	34
5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	37
5.1	Metodologia	37
5.2	Resultados	38
5.2.1	Simulação A.....	38
5.2.2	Simulação B	40

5.2.3	Simulação C.....	42
6	CONCLUSÃO.....	49
7	REFERÊNCIAS.....	51

1 INTRODUÇÃO

A comunicação sem fio é um dos tipos de comunicação mais desafiadores que existem. O meio físico do canal sem fio faz com que o sistema de transmissão e recepção seja complexo para lidar com os diferentes efeitos que surgem no canal [10]. A fim de aumentar o desempenho desta comunicação, são empregadas técnicas que utilizam múltiplas antenas nos dispositivos transmissor e receptor. Este conjunto de técnicas é denominado MIMO, onde o aumento do desempenho pode ser alcançado ao se combater ou explorar os efeitos do desvanecimento (do inglês *Fading*) de pequena escala [6].

Dentro deste contexto, o conjunto de técnicas conhecido como “diversidade espacial”, objetiva melhorar o desempenho da transmissão através de tentativas de diminuir os efeitos do desvanecimento. Já as técnicas que exploram o desvanecimento e os efeitos do multipercorso, se utilizam da “multiplexação espacial” para melhorar o desempenho da transmissão sem fio [1] - [12].

A compreensão dos possíveis modelos do canal sem fio, aplicados ao sistema MIMO é essencial para o desenvolvimento das técnicas relacionadas a esse tipo de comunicação [7]. Parâmetros como banda de coerência e tempo de coerência são utilizados para caracterizar o canal e guiar o desenvolvimento dos modelos matemáticos que o representam [1]. Com estes modelos matemáticos de representação do canal, juntamente com modelos dos transmissores e receptores, é possível realizar simulações que permitem dimensionar todo o sistema.

Dentro do sistema de comunicação sem fio os equalizadores constituem uma das partes mais importantes. Especialmente em receptores nos sistemas MIMO, os equalizadores (também chamados de detectores ou decodificadores) são módulos que constituem parte essencial na exploração das vantagens da transmissão com múltiplas antenas, além de combater os efeitos do ruído e da interferência intersimbólica [4].

Dentre os equalizadores, os lineares possuem notável importância pois o sinal recebido é composto por uma combinação linear dos sinais transmitidos, e assim, a estratégia mais simples e imediata de decomposição utiliza este tipo de equalizadores [7]. Além disto, por sua simplicidade de modelamento matemático, estes possuem complexidade computacional reduzida, a qual faz parte de um compromisso entre consumo, desempenho, e eficiência da comunicação (seja ela em qualidade, ou em taxa de transmissão de dados) [3].

Uma versão do sistema MIMO, onde múltiplos terminais, cada um com uma antena, transmitem para uma estação base com múltiplas antenas, é denominado MU-MIMO (MIMO multiusuário) [14]. Neste tipo de sistema, a transmissão dos múltiplos terminais age como se houvesse uma transmissão de um único enlace com múltiplas antenas [6].

Outra versão de sistema MIMO, que parte do conceito da utilização massiva de antenas na recepção é denominada *Massive MIMO* [9]. Este grande número de antenas proporciona com que haja o fenômeno de endurecimento do canal (do inglês *channel hardening*), onde os efeitos do desvanecimento de pequena escala e dependência da frequência desaparecem, fazendo com que o processamento do sinal recebido e a alocação de recursos de transmissão seja simplificada [5].

O foco principal deste trabalho é avaliar o desempenho de equalizadores lineares empregados no *Uplink* de sistemas de comunicação MIMO. O foco secundário consiste na avaliação do comportamento do sistema quando aplicado um número massivo de antenas de recepção.

1.1 Motivação

Os sistemas MIMO são utilizados em várias aplicações na atualidade, como por exemplo o padrão de Wi-Fi IEEE 802.11n/ac, WiMAX, 4G-LTE, dentre outros [7]. A tecnologia, apesar de já existir há vários anos, continuará aparecendo nos próximos padrões de comunicação e sendo utilizada nas próximas gerações [2].

A partir disto, o conhecimento do canal sem fio, e das técnicas utilizadas nos sistemas MIMO, é algo extremamente relevante. Dentre elas, as técnicas de equalização lineares são as de mais simples implementação, mas ainda assim aplicáveis em sistemas de comunicação práticos. Além de servirem como base para outros tipos mais complexos de equalizadores e estimadores lineares de canal [16]-[31]. Por estas razões, estes foram os escolhidos para serem avaliados e terem os seus desempenhos comparados.

1.2 Objetivos

Os objetivos principais deste trabalho são:

- Compreender o funcionamento e algumas das técnicas de equalização linear utilizadas em um sistema de comunicação sem fio MIMO multiusuário, especialmente no *Uplink*.

- Simular um modelo computacional simplificado do *Uplink* de uma transmissão sem fio MIMO.
- Empregar uma das métricas de análise de desempenho para comparar os principais métodos de equalização linear utilizados no *Uplink* de sistemas MIMO multiusuário.
- Utilizar simulações para comparar o desempenho do sistema quando aumentado o número de antenas para transmissão e recepção, traçando uma análise estimativa do comportamento do sistema quando tende ao MIMO massivo.
- Compreender os aspectos da modelagem do canal sem fio físico, e utilizar um modelo simplificado suficiente e válido para a realização das simulações propostas.

2 MODELAGEM DO CANAL

Antes de explorar o sistema MIMO é necessário compreender alguns aspectos do modelo do canal sem fio a fim de definir o modelo mais adequado de acordo com os objetivos deste trabalho.

O canal de comunicação sem fio pode ser extremamente difícil de modelar matematicamente por ser um sistema variante no tempo, no espaço e na frequência [10]. Mesmo que fosse possível empregar esforços para resolver todas as equações de Maxwell e definir os parâmetros de propagação das ondas eletromagnéticas para um determinado instante, em um instante posterior ou em uma determinada região do espaço físico diferente, o canal já não será mais o mesmo, sendo assim necessárias novas informações a respeito de seus parâmetros. Por isso, qualquer tentativa de modelagem do canal de maneira determinística não é viável para a utilização em um sistema prático, e por isso não é empregada [1].

Ao invés desta, o tipo de modelagem do canal mais apropriado é a forma analítica, representando e mensurando os efeitos do canal em termos das alterações e variações em suas características de aplicação de ganho e fase em determinado sinal sendo transmitido em um determinado espaço e tempo [12]. Essas variações caracterizam o que chamamos de desvanecimento (do inglês *fading*).

O desvanecimento pode ser definido como sendo a causa das variações das características do canal, no tempo e na frequência, responsáveis pela degradação do sinal transmitido, fazendo com que o sinal recebido apresente diferentes níveis de acordo com o canal [7]. Esse desvanecimento pode ser dividido como sendo de larga ou pequena escala [2].

O desvanecimento de larga escala acontece basicamente devido à perda de percurso (do inglês *Path Loss*), efeito de perda da intensidade do sinal, largamente conhecido e dependente da distância e de fenômenos de sombreamento por características geográficas como árvores, construções, elevações, etc [7].

Por outro lado, o desvanecimento de pequena escala acontece devido às múltiplas reflexões que o sinal sofre no meio até chegar ao receptor [6]. Isso faz com que o sinal sofra variações na fase aleatoriamente, gerando no receptor interferências que podem ser construtivas ou destrutivas [2]. Por esse efeito, o desvanecimento de pequena escala é também chamado de desvanecimento de multipercurso [4]. Esse tipo de efeito, acontece devido a variações de elementos no meio a distâncias na ordem de comprimentos de onda, o que gera um

comportamento aleatório [12]. Comportamento o qual pode ser modelado utilizando-se de teorias de processos estocásticos. Nas seções e capítulos seguintes será utilizado como notação a ênfase em **negrito** para vetores e matrizes, e *itálico* para escalares. Além disso, matrizes serão representadas em letras maiúsculas e vetores em letras minúsculas. As dimensões serão explicitadas ao longo do texto.

2.1 Modelo de Canal Linear Variante no Tempo e Frequência

Considerando o canal como um sistema linear, tem-se que o sinal recebido pode ser obtido através da convolução do sinal transmitido $x(t)$ com o canal $h(\tau, t)$, que é a resposta ao impulso aleatória e variante no tempo [1]:

$$y(t) = x(t) * h(\tau, t)$$

$$h(\tau, t) = \sum_i \alpha_i(t) \delta(\tau - \tau_i(t)) \quad (2.1)$$

onde, α_i , τ_i são processos estocásticos estacionários, ergódicos e não correlacionados. α_i é função da perda de percurso e do sombreamento; τ_i é o atraso de percurso correspondente à i -ésima componente multipercurso. O efeito Doppler, que é uma medida do desvio na frequência da portadora (f_c) percebido no receptor ($f_{cr}=f_c+f_d$, $f_d=vf/c$) devido ao movimento do terminal transmissor a uma velocidade v [7], está contido em τ_i .

Expandindo este conceito para um modelo variante no tempo e na frequência, temos:

$$H(f;t) := \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f \tau} d\tau = \sum_i \alpha_i(t) e^{-j2\pi f \tau_i(t)} \quad (2.2)$$

É possível interpretar a equação (2.2) como H sendo uma função que varia lentamente com t com uma resposta em frequência $H(f; t)$ para cada intervalo de tempo t . Similarmente, $h(\tau, t)$ pode ser compreendida como a resposta ao impulso do canal com atraso τ para cada intervalo de tempo t [1][2].

2.2 Modelo Equivalente em Banda Base

Apesar de nas aplicações sem fio a transmissão ser realizada na banda passante, todo o resto do sistema onde ocorre o processamento do sinal (codificação/decodificação, equalização, estágios de filtragem, sincronização, decisão de símbolos, etc) acontece geralmente em banda base [2]. No transmissor somente o último estágio de processamento consiste no estágio de RF que realiza a modulação para a frequência da portadora na banda passante. Similarmente, no receptor, o primeiro estágio consiste na demodulação novamente para banda base [1]. Com isso, é útil obter um equivalente em banda base do canal a fim de abstrair a parte de RF, quando esta não é o objetivo do estudo.

Tomando um sinal $x(t)$ com transformada de Fourier $X(f)$, limitado em banda por $[f_c - W/2, f_c + W/2]$, com $W < 2f_c$. Temos que, seu equivalente em banda base $x_b(t)$ limitado em banda em $[-W/2, W/2]$, que possui transformada de Fourier $X_b(f)$ definida por [1]:

$$X_b(f) = \begin{cases} \sqrt{2}X(f + f_c) & f + f_c > 0 \\ 0 & f + f_c \leq 0 \end{cases} \quad (2.3)$$

Temos que $X_b(f)$ consiste apenas na parte positiva do espectro de $X(f)$, e contém a mesma informação com diferença apenas de um fator $\sqrt{2}$ que foi inserido para normalizar suas energias. Para reconstruir $x(t)$ a partir de $x_b(t)$ observa-se que:

$$\sqrt{2}X(f) = X_b(f - f_c) + X_b^*(-f - f_c) \quad (2.4)$$

Tomando a transformada inversa de Fourier de (2.4), obtemos

$$x(t) = \frac{1}{\sqrt{2}}[x_b(t)e^{j2\pi f_c t} + x_b^*(t)e^{-j2\pi f_c t}] = \sqrt{2}\Re[x_b(t)e^{j2\pi f_c t}] \quad (2.5)$$

por onde é possível concluir que $x(t)$ é obtido multiplicando a parte real de $x_b(t)$ por $\sqrt{2}\cos(2\pi f_c t)$, sua parte imaginária por $-\sqrt{2}\sin(2\pi f_c t)$, e somando as componentes posteriormente (modulação). Para obter $x_b(t)$ novamente a partir de $x(t)$ é realizada a mesma operação, seguida de um filtro passa baixas em $[-W/2, W/2]$ (demodulação). Essa operação constitui a modulação QAM (*Quadrature Amplitude Modulation*), onde

a componente real de $x_b(t)$ é chamada de **I** (*In-Phase*), e a componente imaginária é chamada de **Q** (*Quadrature*) [1][2].

Com isto, é possível calcular o equivalente em banda base do canal fazendo $y(t) = h(\tau, t) * x(t)$ [1], substituindo $y(t)$ por $\sqrt{2}\Re[y_b(t)e^{j2\pi f_c t}]$ e $x(t)$ por $\sqrt{2}\Re[x_b(t)e^{j2\pi f_c t}]$, obtendo assim o equivalente em banda base do canal:

$$y_b(t) = \sum_i a_i^b(t) x_b(t - \tau_i(t)) \quad (2.6)$$

onde, aplicando o impulso na entrada, obtemos a resposta ao impulso do canal em banda base:

$$h_b(\tau, t) = \sum_i a_i^b(t) \delta(\tau - \tau_i(t)) \quad (2.7)$$

Considerando

$$a_i^b(t) := a_i(t) e^{-j2\pi f_c \tau_i(t)} \quad (2.8)$$

A interpretação da equação (2.7) fica simples uma vez que a resposta em banda base do canal depende soma sobre cada percurso das réplicas atrasadas das entradas em banda base. Por exemplo, a fase varia de $\pi/2$ quando o atraso no caminho varia de $1/4f_c$, o que é equivalente à distância entre a antena transmissora e receptora variar em $1/4$ do comprimento de onda ($c/4f_c$ onde c é a velocidade da luz no vácuo). Inserindo o fator do efeito Doppler, se um terminal está se movendo à uma velocidade v , a fase irá variar $\pi/2$ em $(c/4vf_c)$.

2.2.1 Modelo Banda Base em Tempo Discreto

Utilizando o teorema da amostragem [13], é conhecido que qualquer sinal limitado em banda pode ser completamente reconstruído se amostrado a uma frequência mínima de W sendo $W/2$ a largura de banda do sinal. Com isso, qualquer sinal limitado a esta largura de banda pode ser expandido em termos da base ortonormal $\text{sinc}(Wt - n)$ [1], onde n são as amostras tomadas uniformemente a cada $1/W$ segundos.

Amostrando o sinal em banda base $x_b(t)$ a cada $1/W$ segundos, sendo $x[n] = x_b(n/W)$, obtém-se:

$$x_b(t) = \sum_n x[n] \text{sinc}(Wt - n) \quad (2.9)$$

aplicamos o mesmo teorema na equação (2.6) obtendo a saída $y_b(t)$:

$$y_b(t) = \sum_n y[m] \text{sinc}(Wt - m) = \sum_n x[n] \sum_i a_i^b \text{sinc}(Wt - W\tau_i(t) - n) \quad (2.10)$$

Sendo $y[m] = y_b(m/W)$ correspondente à saída amostrada a $1/W$, desenvolvendo (2.10) temos:

$$y[m] = \sum_n x[n] \sum_i a_i^b(m/W) \text{sinc}[m - n - \tau_i(m/W)W] \quad (2.11)$$

Definindo $l = m - n$, e

$$h_l[m] := \sum_i a_i^b(m/W) \text{sinc}[l - \tau_i(m/W)W] \quad (2.12)$$

temos:

$$y[m] = \sum_l h_l[m] x[m - l] \quad (2.13)$$

A equação (2.13) corresponde a uma convolução discreta. A resposta ao impulso discreta do equivalente complexo em banda base do canal $h_l[m]$ pode ser compreendida como o l -ésimo **tap** do canal no tempo m , fechando assim o modelo do canal como um filtro linear discreto variante no tempo [1][2].

Essa operação de amostragem pode ser compreendida como uma modulação e demodulação de um sistema de comunicação. No instante n , no transmissor, as componentes em fase e quadratura do símbolo complexo $x[m]$ são “moduladas” pelo pulso *sinc*. Após isso, no receptor o sinal recebido é amostrado a uma taxa m/W e passado por um filtro passa baixas de banda $W/2$, recuperando assim o sinal original [1].

2.2.2 Abordagem estatística (Modelo Rayleigh)

Como esses ganhos dos *taps* do canal variam com o tempo, espaço, largura de banda do sinal, frequência da portadora, dentre outros parâmetros, uma abordagem estatística é necessária para representar esses *taps* complexos do canal [1].

Um dos modelos mais conhecidos e o adotado neste trabalho será o modelo estatístico de Rayleigh [4], no qual se define que as partes reais e imaginárias dos *taps* do canal são processos estocásticos definidos por múltiplas variáveis aleatórias gaussianas observadas no tempo. Posteriormente, essas variáveis Gaussianas são assumidas como circularmente simétricas.

Basicamente a condição para uma variável aleatória gaussiana X ser considerada circularmente simétrica, $e^{j\phi}X$ tem a mesma distribuição de X para todo ϕ [15].

Para o sistema MIMO proposto, este modelo é uma aproximação razoável, dado que o objetivo é trabalhar com um canal decomposto pela técnica de OFDM (apresentada no capítulo 3) em subcanais decorrelacionados, independentes entre si, planos em frequência, que faz com que estas variáveis aleatórias se tornem apenas escalares complexos [6].

É necessário também inserir no modelo o efeito do ruído no sistema. Considerando o vetor de ruído branco aditivo (AWGN), modelado também como uma variável aleatória gaussiana circular com média nula e variância $N_0/2$, uma vez que todas as componentes de ruído também podem ser consideradas decorrelacionadas entre si [4]. Neste contexto de inserção de ruído, um parâmetro muito importante que quantifica o ruído em um canal de comunicação é a razão sinal ruído SNR (do inglês *Signal to Noise Ratio*), que é definido como a razão da potência do sinal pela potência do ruído [2].

Levando em consideração o ruído, o modelo resultante é descrito pela equação (2.14) sendo modelado pelo vetor $n[m]$.

$$y[m] = \sum_l h_l[m]x[m-l] + n[m] \quad (2.14)$$

A Figura 1 mostra o diagrama completo de toda a parte do sistema de comunicação sem fio em banda passante que pode ser simplificado pelo equivalente em banda base.

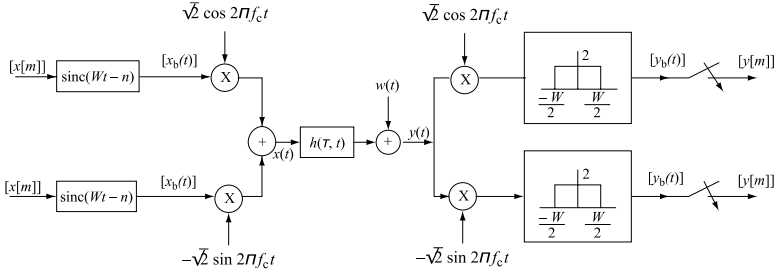


Figura 1 - Modelo em banda passante da parte do sistema que pode ser simplificado pelo equivalente banda base [1].

2.3 Espalhamento Doppler e Tempo de Coerência

Mesmo na utilização de um modelo simplificado em banda base, alguns parâmetros do canal continuam sendo indispensáveis para o desenvolvimento da teoria relacionada a transmissão sem fio com múltiplas antenas. Um desses parâmetros é o espalhamento Doppler (D_s do inglês *Doppler Spread*) [2].

O espalhamento Doppler é importante para compreender o quanto o canal varia no tempo [8]. Aplicando ao modelo apresentado anteriormente em (2.12), este parâmetro é importante para compreender o quão rápido os $taps$ de $h_l[m]$ variam em função de m .

Relembrando, em $h_l[m]$, o termo $a_i^b(m/W) = a_i(m/W)e^{-j2\pi f_c \tau_i(m/W)}$

onde na exponencial pode existir uma variação significativa de fase (aproximadamente $\pi/2$). O termo que aparece na parte final da exponencial responsável pela alteração de fase é efeito do deslocamento Doppler (*Doppler Shift*, D_i), e é função da frequência da portadora e dos atrasos de cada percurso ($D_i = f_c \tau_i''(t)$) [1]. É importante ressaltar que $\tau_i''(t)$ é o atraso da i -ésima componente multipercurso, considerando o erro de sintonização do receptor ao recuperar a portadora f_c . As alterações nos ganhos de $h_l[m]$ são maiores quando cada tap do canal possui diferentes valores de D_i .

O espalhamento Doppler (D_s), por sua vez, é definido como sendo a maior diferença entre deslocamentos Doppler (D_i), considerando todos os multipercursos entre i e j [1] [2][6].

$$D_s := \max_{i,j} f_c |\tau_i'(t) - \tau_j'(t)| \quad (2.15)$$

Apesar do deslocamento de fase estar presente também na função *sinc* de (2.12), sua contribuição é desconsiderada já que neste, o deslocamento de fase depende da largura de banda do sinal W , e em D_s , que aparece na exponencial, é dependente da frequência da portadora f_c . Usualmente $f_c \gg W$ por isso o termo da função *sinc* é desconsiderado [1].

As mudanças mais rápidas que ocorrem no canal no tempo são consequência das mudanças de fase causadas pelo espalhamento Doppler, e o tempo dessas mudanças é denominado tempo (ou intervalo) de coerência T_c , o qual tem valor na ordem de [1]:

$$T_c \approx \frac{1}{4D_s} \quad (2.16)$$

Esta aproximação considera que são significantes as diferenças de fase acima de $\pi/2$, pois estas que teriam mais impacto no canal com interferência destrutiva. Entretanto, muitos autores [2][5][6][9][10] consideram o fator no denominador como 1, pois o importante é a relação inversamente proporcional do tempo de coerência com o espalhamento Doppler.

O tempo de coerência é um parâmetro muito importante para o canal sem fio, pois define quanto tempo o canal se mantém sem mudanças significativas em seus fatores de ganho [1]-[12]. Este, portanto, é utilizado para classificar o canal em relação a velocidade do desvanecimento de pequena escala. Geralmente se o tempo de coerência do canal é menor do que o requisito de atraso máximo da aplicação T_{max} (T_{max} é geralmente o tempo máximo para transmitir um bloco, frame ou sub-frame), o canal é classificado como possuindo desvanecimento rápido (*fast fading*). Se o tempo de coerência for maior do que o requerido, o canal é classificado como possuindo desvanecimento lento (*slow fading*). Sumarizando,

- Se $T_c < T_{max} \rightarrow$ *desvanecimento rápido*
- Se $T_c > T_{max} \rightarrow$ *desvanecimento lento*

A principal implicação desta classificação para sistemas de comunicação com múltiplas antenas consiste de que no caso de o canal possuir desvanecimento rápido, é possível empregar técnicas de multiplexação espacial e utilizar esses desvanecimentos diferentes entre cada antena para melhorar a comunicação [9].

2.4 Espalhamento de Atraso e Banda de Coerência

Outro parâmetro muito importante um canal sem fio é o espalhamento de atraso, ou espalhamento multipercurso [12]. O verdadeiro impacto do multipercurso em um canal sem fio depende do quão grande ou pequeno é o espalhamento de atraso T_d (do inglês *delay spread*) em relação ao inverso da banda do sinal [2].

O espalhamento de atraso é geralmente medido como sendo o valor RMS dos atrasos do sinal recebido quando o receptor está sincronizado. Geralmente é assumido que o receptor sincroniza aproximadamente no valor médio do atraso, fazendo com que a raiz do valor médio quadrático (RMS – *Root Mean Square*) dos atrasos reflita corretamente o tempo de espalhamento do canal [2][12].

Se o espalhamento de atraso é pequeno comparado ao inverso da banda do sinal, o desvanecimento é modelado como sendo de banda estreita (*narrowband*). Já se T_d for grande, o desvanecimento é modelado como sendo de banda larga (*wideband*) [2].

Este parâmetro (T_d) também é utilizado para definir a Banda de Coerência (W_c). Assim como o tempo de coerência explicita o quão rápido o canal se modifica no tempo, a banda de coerência funciona como o dual para a frequência. W_c explicita o quanto o canal muda em relação a uma determinada banda de frequência, ou seja, qual a largura de banda em que seu ganho pode ser considerado como aproximadamente constante, e a resposta do canal pode ser considerada como independente [1]-[12]. W_c é dada por [1]:

$$W_c \approx \frac{1}{2T_d} \quad (2.17)$$

Assim como na definição do tempo de coerência, o fator no denominador não é consenso entre os principais autores da literatura, entretanto, da mesma forma o que importa é a relação inversamente proporcional da banda de coerência com o espalhamento de atraso [1]-[12].

W_c é utilizado basicamente como métrica de classificação do canal em seletividade em frequência [8]. Se a banda do sinal W é muito maior do que a banda de coerência W_c , o canal é considerado *seletivo em frequência* e, uma vez que o sinal enxerga as variações em frequência dos ganhos canal, há a necessidade de vários *taps* para representar o canal [4]. Quando acontece o contrário, ou seja, a a banda do sinal é muito menor do que a banda de coerência, temos que o canal pode ser considerado

como *plano em frequência* [9]. Nessa situação, o espalhamento de atraso é muito menor que o tempo do símbolo ($1/W$), e o canal pode ser representado com um único *tap* [1].

A maioria dos canais práticos é seletivo em frequência [2], entretanto, existe uma técnica utilizada nas comunicações MIMO que faz um canal seletivo em frequência ser enxergado como plano [6]. Esta técnica é chamada OFDM, que será explicitada no capítulo 3.

A seguir as Tabelas 1 e 2 explicitam a classificação do canal de acordo com as características apresentadas.

Desvanecimento	
Rápido	$T_c < T_{max}$
Lento	$T_c > T_{max}$

Tabela 1 – Classificação do Canal Sem Fio em relação ao Desvanecimento.

Banda do Canal		Seletividade do Canal	
Estreita	$T_d < 1/W$	$W_c > W$	Plano
Larga	$T_d > 1/W$	$W_c < W$	Seletivo

Tabela 2 – Classificação do Canal Sem Fio em relação a Banda.

3 UPLINK NO MU-MIMO

3.1 O Sistema MU-MIMO

Sistemas MU-MIMO (MIMO multiusuário) são, basicamente, sistemas onde vários usuários, cada um com uma ou mais antenas, se comunicam, em um mesmo enlace, com uma estação base que possui múltiplas antenas [14]. As vantagens e desvantagens da modelagem e projeto de um sistema desta maneira, serão explicitadas ao longo das seções subsequentes.

Mesmo na situação onde cada usuário possui apenas uma antena, a estação base processa os múltiplos sinais dos usuários como uma transmissão de um único enlace com múltiplas antenas, sendo possível modelar assim o sistema MU-MIMO. A transmissão no sentido dos usuários para a estação base, é chamada de *uplink*, e a transmissão no sentido da estação base para o usuário é chamada de *downlink*. Um exemplo do sistema pode ser encontrado na Figura 2:

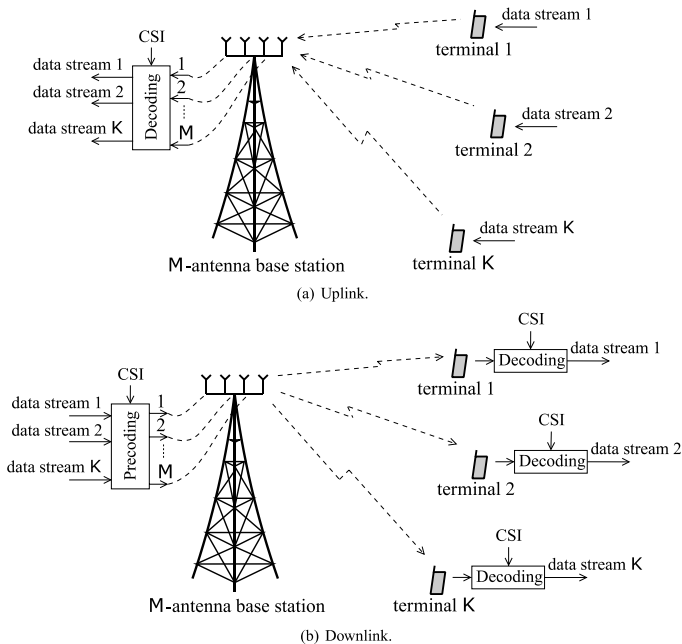


Figura 2 - Diagrama do Downlink e Uplink no sistema MU-MIMO [5].

Na Figura 2 também é interessante notar alguns detalhes da estrutura do sistema. O termo CSI (do inglês *Channel State Information*) é apresentado como sendo a informação (ou conhecimento) a respeito do canal, sendo que, também pode ser utilizada a notação CSIR para representar o conhecimento no receptor e CSIT no transmissor [10]. Essa informação de conhecimento pode ser completa, por exemplo, na forma dos coeficientes que representam o canal, ou pode ser parcial, como por exemplo uma estimação dos coeficientes ou até mesmo apenas o tipo de estatística do canal [7]. O importante é que a informação do canal é essencial para grande parte dos transmissores e receptores, especialmente os lineares que utilizam a matriz do canal na equalização [11].

É importante ressaltar que a CSI é válida somente durante um intervalo de coerência, ou seja, enquanto o canal se mantém praticamente constante [12]. Após isso, quando o canal muda, uma nova informação deve ser obtida [10]. Geralmente a obtenção dessa informação, quando na forma de coeficientes do canal, é realizada através da estimação utilizando sequências de treinamento piloto [3].

Outro detalhe a respeito das notações apresentadas na Figura 2 é que muitos autores utilizam a palavra *decoding* (decodificação) para denominar o equalizador no receptor, e *precoding* (pré-codificação) para denominar a pré-equalização que é geralmente realizada no processo de *downlink* [1]-[12].

De maneira geral, nos sistemas MU-MIMO, cada usuário não experimenta um maior *throughput* (taxa de transmissão de dados) individualmente se comparado ao *single user MIMO* [6]. Entretanto, considerando o sistema como um todo, há um aumento no *throughput* do enlace, já que, no MU-MIMO mais usuários podem compartilhar os mesmos recursos do canal (tempo e frequência) no canal de múltiplo acesso (MAC – *Multiple Access Channel*. É o *uplink* no MU-MIMO) [11]. Assim como a estação base pode transmitir mais dados ao mesmo tempo para todos os usuários no canal de difusão (*broadcast channel* é o *downlink* no MU-MIMO) [12].

Além disso, o MU-MIMO também possibilita técnicas que explorem as características instantâneas do canal para melhorar a comunicação com determinados usuários em determinados momentos dependendo do estado de seus subcanais e explorando o conhecimento do canal no transmissor [4]. A alocação dinâmica de potência e os diferentes tipos de pré-codificação são algumas das técnicas que utilizam o conhecimento do canal no transmissor (CSIT) a fim de aplicar uma potência de transmissão maior em determinados canais [11].

O CSIT não é fácil de obter, uma vez que necessita de algum mecanismo especial para conhecer o canal, de modo que a informação seja válida dentro do tempo/banda de coerência [6]. Os dois mecanismos mais conhecidos se baseiam no conceito de “realimentação” e “reciprocidade do canal” [7].

Na realimentação, dado um transmissor X, que envia uma mensagem para Y, objetiva-se conhecer o estado do canal de envio de X para Y fazendo com que Y envie (realmente) para X a CSI resultante da estimação feita através dos pilotos enviados de X para Y [7][8].

Já o conceito de reciprocidade no canal consiste em considerar que o canal de transmissão é idêntico ao canal de recepção (considerando os canais amostrados ao mesmo tempo e na mesma frequência). A escolha do mecanismo de obtenção de CSIT depende do modo de operação *duplex* do sistema [4][11].

Duplex é o termo utilizado para indicar o modo da comunicação bidirecional do sistema [12]. Geralmente rádios são incapazes de transmitir e receber mensagens ao mesmo tempo na mesma frequência, portanto é necessário separar os canais de recepção e transmissão (*Uplink* do *Downlink*) [2]. A separação entre os canais é realizada transmitindo-os em dimensões ortogonais, geralmente o tempo ou a frequência [1].

A separação ortogonal por tempo é denominada TDD (do inglês *Time-Division Duplexing*), onde, explorando a reciprocidade do canal, a transmissão e a recepção são realizadas em intervalos de tempo diferentes, dentro do mesmo tempo de coerência do canal [2]. Na separação ortogonal por frequência, denominada FDD (do inglês *Frequency-Division Duplexing*), a transmissão é realizada em uma banda de frequência diferente da recepção [1].

A vantagem da operação em TDD é que geralmente canais bidirecionais são simétricos, fazendo com que a estimação de um canal em um sentido sirva para o sentido oposto, desde que respeitado o tempo de coerência. Da mesma forma, em FDD, o dual se torna uma desvantagem pois para haver reciprocidade, os canais devem estar dentro da mesma banda de coerência [2]. Entretanto, o FDD possui a vantagem de que a transmissão e a recepção podem ser feitas ao mesmo tempo e continuamente, enquanto no TDD isso não é possível [5].

É por isso que o modelo de estimação baseado na realimentação pode ser utilizado em ambos TDD e FDD, uma vez que só é necessário um canal de retorno [10]. Entretanto, o modelo que utiliza o conceito de reciprocidade do canal é válido apenas para TDD e não para FDD uma vez que os canais de transmissão e recepção (*Uplink* e *Downlink*) não operam na mesma frequência [2].

A maioria dos sistemas celulares comerciais opera em FDD, já que a diferença de potência de transmissão dos sinais de um dispositivo móvel e uma estação rádio base é da ordem de 100dB, e as bandas de frequência estão separadas por dezenas e até centenas de MHz [1].

Para a realização das simulações do *uplink* do MU-MIMO, algumas considerações serão feitas, dentre elas a consideração que existe perfeita CSIR e nenhuma CSIT, o que acontece em grande parte dos sistemas práticos [1]-[12]. Independentemente do modo de como foi realizada a estimação para CSIR, é reconhecido que geralmente essa estimação é realizada através de portadores piloto enviadas pelos terminais transmissores durante o *uplink*) [5].

3.2 Massive MIMO no Uplink

O MIMO Massivo, também denominado MIMO de larga escala ou *hyper-MIMO*, é uma das tecnologias chave que é considerada para o padrão 5G e padrões futuros [7].

O conceito de Massive MIMO aparece na literatura como uma evolução do MIMO multiusuário [5]. No *uplink* a utilização de um número massivo de antenas na estação base (Usualmente $M_R \gg M_T$), faz com que o sistema de comunicação se beneficie de um fenômeno chamado “endurecimento do canal” (do inglês *channel hardening*). [5][7].

Basicamente, o endurecimento do canal significa que os efeitos do desvanecimento de pequena escala e dependência da frequência no canal desaparecem quando o número de antenas é muito grande [7]. Isso acontece devido à lei dos grandes números, que declara que quando o número de variáveis aleatórias i.i.d aumenta, seu valor se aproxima assintoticamente de seu valor esperado (seu valor médio) [5]. Assim, aplicando este conceito às variáveis aleatórias Rayleigh que modelam o desvanecimento do canal, temos que com o aumento do número de antenas, o desvanecimento acaba se aproximando de sua média, se tornando apenas um número determinístico complexo [5].

Um exemplo de diagrama do *uplink* no MIMO massivo é mostrado na Figura 3. Nesta, a estação base com um grande número de antenas (geralmente centenas [7]) recebe os sinais dos terminais e detecta os símbolos transmitidos utilizando algum tipo de equalização simplificada. Além disso, neste sistema, usualmente é assumida operação TDD, onde se explora a reciprocidade dos canais de *downlink* e *uplink* para se obter CSIT e realizar algum tipo de pré-equalização.

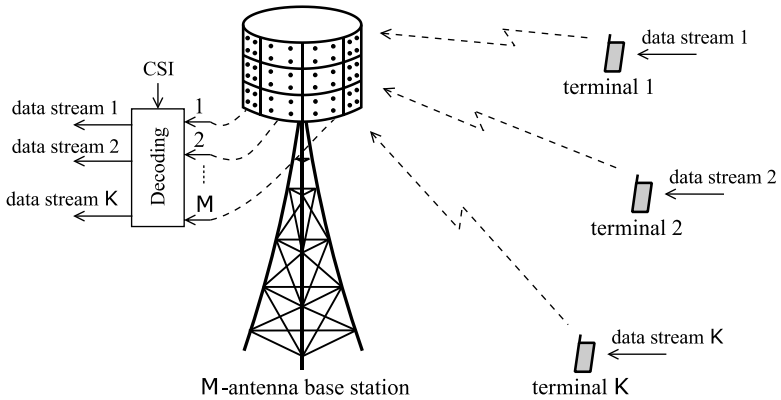


Figura 3 - Uplink no Massive MIMO

3.3 OFDM em sistemas MIMO

OFDM (do inglês *Orthogonal Frequency Division Multiplexing*) consiste em uma técnica de modulação multiportadora, onde basicamente um canal de banda larga, seletivo em frequência é subdividido em vários subcanais de banda estreita, que se tornam planos em frequência [7].

Um grande problema que os sistemas MIMO enfrentavam quando surgiram está relacionado à natureza do canal sem fio, que é usualmente de banda larga e com desvanecimento seletivo em frequência [1]. A fim de contornar essa seletividade em frequência do canal, existem duas linhas estratégicas envolvendo a modulação e os equalizadores no receptor: técnicas com uma única portadora (*single carrier*) e técnicas com múltiplas portadoras (*multi carrier*) [12].

A estratégia *single carrier* consiste em simplesmente modular todos os dados de cada antena transmissora utilizando uma mesma portadora. Esta é a estratégia mais comum, onde os sinais transmitidos são somados e embaralhados em um único canal banda larga e no receptor são aplicados filtros e equalizadores para recuperar o sinal [11].

Entretanto, o grande problema desta estratégia de portadora única é o fato de que pelo canal ser banda larga e seletivo em frequência, o processamento do equalizador se torna computacionalmente muito complexo. Em geral, a complexidade aumenta exponencialmente com a

ordem da modulação, o número de transmissores e o comprimento da interferência intersimbólica [12]. Por isso, a maioria dos sistemas MIMO não utilizam técnicas de portadora única, mas sim técnicas multiportadora, especialmente o OFDM [6].

Entretanto, as técnicas multiportadoras FDM anteriores ao OFDM eram compostas por vários filtros lineares, que desperdiçam grande parte do espectro com uma generosa banda de guarda [12]. Por outro lado, no OFDM uma das maiores vantagens é que banda entre os subcanais é relacionada apenas com a duração do símbolo OFDM [6], e é dada por:

$$\Delta f_{OFDM} = \frac{1}{T_{OFDM}} \quad (3.1)$$

sendo que $T_{OFDM} = N_s T_s$ onde T_s é o tempo de amostragem utilizado para amostrar os símbolos analógicos e N_s é um bloco de símbolos da modulação (QAM) no transmissor.

Um símbolo OFDM pode ser obtido através da aplicação da transformada discreta inversa de Fourier (IDFT) em um bloco de N_s símbolos. Assim, o símbolo OFDM é definido como [6]:

$$s'(n) = \sum_{k=0}^{N_s-1} x(k) e^{j2\pi kn/N_s}, \quad n = 0, \dots, N_s - 1 \quad (3.2)$$

No receptor, é aplicada a transformada discreta de Fourier direta (DFT) para realizar a demodulação dos símbolos transmitidos [11]. Na prática, as transformadas rápidas de Fourier direta (FFT) e inversa (IFFT) são utilizadas, e isso é o que leva a eficiência computacional da técnica no sentido tanto da baixa complexidade de implementação quanto da operação realizada [6].

Se, nos subcanais resultantes, a largura de banda do símbolo OFDM ainda for maior do que a banda de coerência, isso acarretará em uma ISI induzida pelo espalhamento de atraso. Por isso, intervalos de guarda são inseridos no tempo do símbolo OFDM de tal forma que um símbolo não interfira no outro. O tempo de guarda é definido como sendo maior ou igual ao espalhamento de atraso [1][6][8][11][12].

$$T_{CP} \geq T_d \quad (3.3)$$

A princípio este tempo de guarda poderia ser um sinal nulo, entretanto nele é inserido um sinal especial chamado “prefixo cíclico” (com duração de T_{CP} segundos) composto por alguns símbolos da mensagem rotacionada circularmente à direita, o que faz com que o sinal se torne periódico, e assim, a convolução linear que é realizada no tempo contínuo possa ser obtida através da convolução circular realizada no tempo discreto [11]. Com isso, ao sinal passar por todo o processo e nenhum símbolo da mensagem é perdido.

A quantidade destes símbolos no intervalo de guarda é equivalente ao tempo do prefixo cíclico T_{CP} , obviamente, e ao intervalo de amostragem do sinal, sendo dado por [1][6]:

$$N_{CP} = \frac{T_{CP}}{T_s} \approx \frac{T_d}{T_s} = L \quad (3.4)$$

onde $N_{CP} = L$ é o número de símbolos contidos no prefixo cíclico [1].

A Figura 4 mostra o arranjo do tempo desses símbolos de guarda dentro do tempo total do símbolo OFDM.

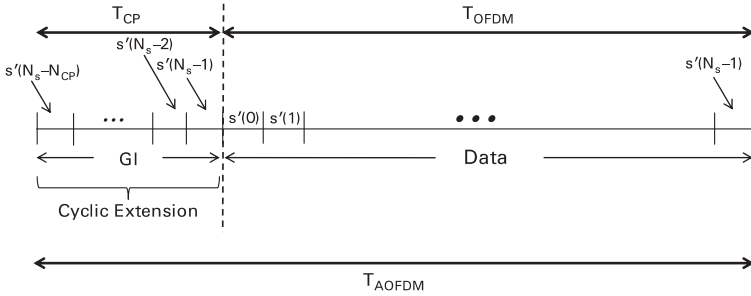


Figura 4 - Símbolo OFDM aumentado Incluindo prefixo cíclico [6].

O tempo T_{AOFDM} corresponde ao tempo total do símbolo OFDM aumentado, somando o tempo T_{OFDM} e T_{CP} . A parte do prefixo cíclico possui N_{CP} símbolos, sendo que cada símbolo é correspondente a um dos símbolos originais s' de duração T_s segundos [6].

A aplicação do OFDM para canais MIMO é direta, fazendo com que cada subcanal OFDM corresponda um canal entre as antenas de recepção e transmissão [5][6]. Um diagrama do sistema implementado desta maneira é mostrado na Figura 5.

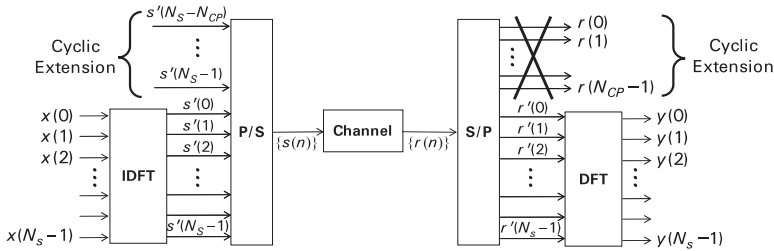


Figura 5 - Aplicação do OFDM no sistema MIMO [6].

Sumarizando, o esquema OFDM, quando aplicado o prefixo cíclico corretamente, converte a comunicação em um canal banda larga, seletivo em frequência, em múltiplos canais de banda estreita, aproximadamente planos em frequência. As portadoras são próximas entre si, aproveitando ao máximo o espectro de frequências. Além disso, a escolha correta do prefixo cíclico previne a interferência intersimbólica. O ônus de todas estas simplificações consiste em que o prefixo cíclico ocupa uma quantidade de tempo que não pode ser usada para transmitir dados.

Por todo esse conjunto de fatores, considerando que as antenas no transmissor e no receptor, estão distantes no espaço de no mínimo $\frac{1}{4}$ de comprimento de onda, temos que os subcanais são descorrelacionados entre si [8], e a abordagem estatística do sistema apresentada no capítulo 2 que utiliza o modelo Rayleigh para representar a estatística do canal pode ser utilizada.

Finalmente, a versão do OFDM utilizada em sistemas MU-MIMO é o chamado OFDMA (*Orthogonal Frequency Division Multiple Acces*), esquema de múltiplo acesso derivado do OFDM, consiste na alocação para o usuário de um segmento nas dimensões do tempo e frequência de acordo com os recursos do canal [1]-[12]. A Figura 6 mostra a alocação dos usuários segundo o esquema OFDMA.

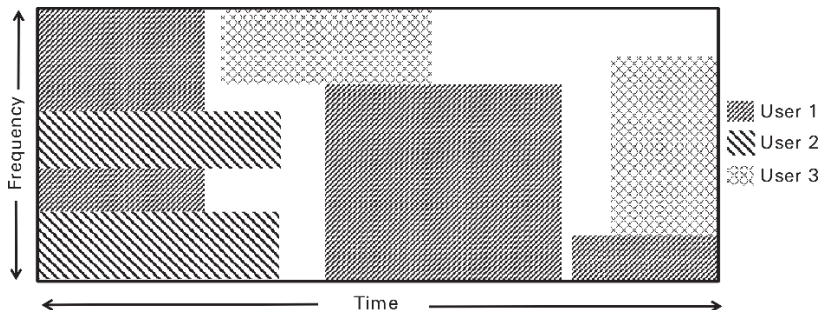


Figura 6 - Conceito Alocação de Usuários OFDMA [6]

O ponto principal no OFDMA é que os usuários podem ser alocados dinamicamente e compartilhar o espaço tempo-frequência. A escolha das subportadoras para cada usuário é feita geralmente pela estação rádio base do sistema celular, baseado na ocupação, no conhecimento da informação dos canais [12].

O OFDMA é utilizado por exemplo no Downlink do 4G-LTE e do WiMAX. No *Uplink* do 4G-LTE, é utilizado uma variação do OFDMA, chamado SC-FDMA (SC – *Single Carrier*), que é uma versão do OFDMA, mas com portadora única [7][9][10].

No SC-FDMA, antes de aplicar a IFFT, os símbolos são pré-codificados por uma FFT de M pontos, o que gera M amostras no domínio da frequência. A estas M amostras é aplicada então uma IFFT de N pontos, onde $N \geq M$. Como o tamanho da FFT é geralmente menor do que o da IFFT, é necessário decidir quais das N entradas da IFFT irão receber os M pontos da FFT, e para isso é utilizado o mapeador de subportadora (do inglês *subcarrier mapper*) [6]. Neste bloco, pode haver dois tipos de ordenação: localizada e distribuída, como mostrado na Figura 7.

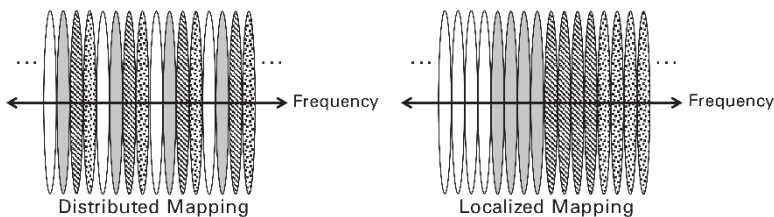


Figura 7 - Esquema dos mapeamentos localizado e distribuído no SC-FDMA

No mapeamento localizado, as saídas da FFT são mapeadas para entradas adjacentes da IFFT, já no mapeamento distribuído, as saídas são mapeadas para entradas não adjacentes. Na Figura 7 os diferentes padrões correspondem a diferentes terminais, onde cada terminal mapeia a saída de sua FFT para sua subportadora alocada, e preenche o resto das entradas da IFFT com zeros [12].

SC-FDMA é preferido em sistemas como o LTE, porque no *Uplink* há uma alta razão de potência do pico para a média (PAPR - *Peak-to-Average Power Ratio*), e utilizando SC-FDMA ao invés do OFDMA convencional, há uma economia em potência e simplificação no sistema do transmissor [6][12].

3.4 Especificações Gerais do Sistema Utilizado

Assim, utilizando a abordagem estatística do equivalente em banda base complexo apresentada no capítulo 2 combinada com as premissas dos subcanais decorrentes da aplicação do OFDM no MIMO, temos que cada subcanal, seguindo o modelo Rayleigh, possui um único *tap* complexo modelado por uma variável aleatória gaussiana circularmente simétrica, e o canal como um todo é formado pelo conjunto dos coeficientes destes subcanais, representado como uma matriz \mathbf{H} de ganhos complexos. O sistema possui M_T antenas de transmissão e M_R antenas de recepção. Com isso, a matriz de coeficientes do canal, possui dimensão $M_R \times M_T$, e é dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} h_{11} & \cdots & h_{1M_T} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{M_R 1} & \cdots & h_{M_R M_T} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

Os conjuntos de M_T sinais transmitidos formam o vetor $\mathbf{x}(k)$, os sinais recebidos formam o vetor $\mathbf{y}(k)$, e o ruído aditivo é agrupado no vetor $\mathbf{n}(k)$. k é o índice temporal discreto, dado que a amostragem respeita os critérios de Shannon-Nyquist, e será suprimido daqui pra frente.

$$\mathbf{x}(k) = \begin{bmatrix} x_1(k) \\ \vdots \\ x_{M_T}(k) \end{bmatrix}, \mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y_1(k) \\ \vdots \\ y_{M_R}(k) \end{bmatrix}, \mathbf{n}(k) = \begin{bmatrix} n_1(k) \\ \vdots \\ n_{M_R}(k) \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

Os ruídos dos canais são considerados como independentes entre si, e as variáveis aleatórias do ruído \mathbf{n} são gaussianas complexas circularmente simétricas com média nula e variância σ_n^2 (representação é dada por: $\mathbf{n} = CN(0, \sigma_n^2 \mathbf{I})$).

Além disso, os sinais \mathbf{x} também são considerados independentes entre si temporal e espacialmente, e seguem uma distribuição uniforme. A potência de transmissão é a mesma para todos os símbolos da modulação digital, e é dada por:

$$P_x = \frac{\bar{P}}{M_T} \quad (3.7)$$

onde \bar{P} é a média da potência de transmissão total de todas as antenas de transmissão (todos os terminais móveis), e M_T é o número total de antenas de transmissão (terminais móveis). \bar{P} é definida como sendo unitária nas simulações, ou seja, a potência total de transmissão é unitária e dividida para todos os sinais transmitidos.

A relação de entrada e saída do sistema equivalente em banda base complexo seja dada por:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (3.8)$$

Portanto, a etapa de RF (radio frequência), inclusive a implementação do OFDM, estão englobadas na representação do canal. Também foi considerado que o receptor possui perfeito conhecimento do canal (CSIR).

4 EQUALIZADORES MIMO

Neste trabalho, os equalizadores MIMO são definidos como sendo a parte dos receptores que realiza a equalização do sinal recebido através de algum processamento dos símbolos recebidos com alguma informação sobre o canal, a fim de obter os símbolos enviados.

Um dos focos deste trabalho é compreender um pouco o funcionamento de alguns equalizadores que podem ser utilizados em sistemas MIMO, incluindo as considerações que devem ser feitas a respeito do canal e do sistema para que os mesmos possam ser utilizados. Especialmente os equalizadores lineares, que serão comparados através de simulações.

4.1 Equalizador Ótimo (Máxima Verossimilhança)

O equalizador ótimo para o caso mais geral, dado que há perfeita CSIR é o chamado ML (do inglês *Maximum Likelihood*), que quer dizer máxima verossimilhança. Em geral, o ML considera o número de possíveis vetores transmitidos como sendo finito, e C_w é denominado o conjunto destes possíveis vetores [4].

Este equalizador emprega um algoritmo de detecção que testa cada vetor recebido \mathbf{y} contra todas as possíveis palavras código, e seleciona a o vetor mais próximo do recebido. O critério de decisão pode ser matematicamente representado como [3]:

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{z} \in C_w} \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{z}\|^2 \quad (4.1)$$

onde \mathbf{H} é a matriz do canal explicitada em (3.5), e \mathbf{z} é o vetor candidato pertencente ao conjunto C_w de possíveis vetores. Neste, um erro é encontrado cada vez que \mathbf{z} é diferente de \mathbf{x} .

Esse tipo de equalizador é computacionalmente complexo, e demanda um altíssimo desempenho, especialmente para modulações com constelações maiores, como 128-QAM, 256-QAM, ..., pois precisa testar todos os possíveis vetores de possíveis símbolos a cada transmissão [3]. O número de testes realizados também aumenta à medida que o número de antenas de transmissão (terminais móveis) aumenta, tornando-o inviável em situações práticas. Assim, equalizadores de menor complexidade são utilizados [4].

4.2 Equalizadores Práticos

Na prática, o sinal recebido em um receptor não possui influência apenas do sinal transmitido, mas também existe a soma dos outros sinais adjacentes dos outros M_T transmissores (a chamada interferência intersimbólica ISI [2]), de modo que, a partir de (3.8) podemos isolar no receptor a influência dos outros transmissores (terminais) no sinal recebido. Assim, temos:

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}_k x_k + \underbrace{\sum_{i=1, i \neq k}^{M_T} \mathbf{h}_i x_i}_{ISI} + \mathbf{n}. \quad (4.2)$$

Na equação (4.2), os vetores \mathbf{h}_k e \mathbf{h}_i são vetores coluna de dimensão $M_R \times 1$, correspondente a k -ésima e i -ésima coluna da matriz \mathbf{H} descrita em (3.5). Estes vetores contém os coeficientes dos subcanais entre cada transmissor e as M_R antenas de recepção. O segundo termo corresponde a interferência (ISI) dos outros i transmissores, e o terceiro termo é o ruído Gaussiano [3].

Supondo que não há ISI, temos o canal SIMO, com entrada x_k , canal \mathbf{h}_k e ruído gaussiano aditivo. Nesta condição, um equalizador possível seria o filtro espacialmente casado (MF do inglês *Spatial Matched Filter*, também conhecido como MRC – *Maximum Ratio Combining* de recepção), que consiste na combinação coerente dos M_R sinais recebidos. Entretanto, tratando-se da situação prática, devido a interferência intersimbólica, este equalizador, obviamente não é ótimo e leva a uma baixa performance na decodificação [4].

O propósito de equalizadores MIMO é suprimir a ISI a fim de estimar os símbolos de entrada, com o menor erro possível. Para isso, existem várias classes de equalizadores, dentre eles os mais simples são os “lineares”, e os “SIC” (do inglês *Successive Interference Cancelation*).

4.2.1 Equalizadores SIC

Os equalizadores do tipo “SIC” funcionam basicamente em dois passos: Primeiro um pacote advindo de um transmissor é decodificado usando um equalizador linear e, sua contribuição no sinal total é reconstruída e removida do sinal total. Depois, o pacote do próximo transmissor é decodificado similarmente, mas com um sinal interferente

a menos. E assim sucessivamente para todos os outros subsequentes pacotes [7].

Os equalizadores do tipo SIC são utilizados combinados com os equalizadores lineares mais comuns a fim de melhorar o desempenho da estimação. Usualmente um equalizador linear forma o primeiro estágio de estimação. A arquitetura do tipo *V-Blast* é uma que utiliza este tipo de equalizadores (SIC-MMSE) [9].

Este tipo de equalizador não será aprofundado pois o foco deste trabalho serão os equalizadores lineares, que possuem um grau de complexidade computacional menor do que os SIC.

4.2.2 Equalizadores lineares

Um sistema baseado no canal MIMO pode ser descrito como um sistema linear com M_R equações (dos M_R sinais recebidos), sendo cada equação com M_T incógnitas. Quando não há ruído, o sistema pode ser reduzido a [4]:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} \quad (4.3)$$

Se há mais equações do que incógnitas, ou seja, $M_R \geq M_T$ e a matriz \mathbf{H} do canal tem posto completo de colunas. A fim de determinar cada uma das incógnitas que são os símbolos enviados, é aplicada a inversão da matriz do canal (caso o canal não seja quadrado, é aplicada a pseudo-inversa), o que faz com que a interferência intersimbólica seja eliminada e os símbolos enviados sejam determinados. Essa abordagem corresponde ao princípio do equalizador ZF (do inglês *Zero Forcing*) [3][4][6][7], que será discutida posteriormente.

Contudo, devido ao ruído aditivo, essa inversão não leva a uma estimação perfeita dos símbolos de entrada. Em especial, quando \mathbf{H} está próxima de ter posto insuficiente o desempenho da estimação cai muito, já que a inversão também aumenta o ruído. A fim de remediar este problema, os equalizadores que utilizam MMSE (do inglês *Minimum Mean Square Error*) focam em um compromisso entre a eliminação da ISI e o aumento do ruído [7].

Os equalizadores lineares são baseados na teoria da estimação linear, onde a estimação é formada pela combinação linear da observação dos sinais recebidos [4]. Dado que cada sinal recebido y_j [$j=1, \dots, M_R$] contém alguma informação sobre todos os sinais transmitidos, os coeficientes desta combinação linear são otimizados levando em consideração a distorção causada pelo canal MIMO, o ruído, e a ISI.

Supondo que desejamos estimar x_k através da combinação linear de sinais recebidos y_j . A estimação de x_k em um sistema sem ruído se daria na forma:

$$\hat{x}_k = \sum_{j=1}^{M_T} h_{kj} y_j \quad (4.4)$$

onde h_{kj} são os coeficientes complexos da combinação linear, os quais representam o ganho do canal entre a antena de transmissão j e a antena de recepção k . Estes são os coeficientes da matriz do canal \mathbf{H} descrita em (3.5) (considerados como previamente estimados). O símbolo \hat{x}_k é uma estimação de x_k .

Desta forma, os equalizadores lineares visam utilizar estes coeficientes h_{kj} para realizar uma operação de filtragem linear a fim de estimar o símbolo enviado x_k .

Os três principais tipos equalizadores lineares são:

- Filtragem espacial casada - MF (do inglês *spatial Matched Filtering*), também conhecido como MRC (do inglês *Maximal Ratio Combining*) de recepção
- Forçagem a zero – ZF (do inglês *Zero Forcing*)
- Mínimo erro médio quadrático – MMSE (do inglês *Minimum Mean Square Error*)

4.2.2.1 Filtragem espacial casada (Matched Filtering – MF)

O objetivo de equalizadores MF espaciais, também conhecidos como MRC de recepção (MRC = *Maximum Ratio Combining*) é maximizar a SNR no receptor [1][3][4][7].

Embora idealizado para canal SIMO, é importante pois:

1. Equalizadores lineares adaptados para multiplexação espacial são construídos em várias etapas, e alguns deles utilizam a primeira etapa como o MF espacial [3].
2. MF é ótimo quando o canal MIMO é ortogonal (as colunas de \mathbf{H} são ortogonais entre si) e não há nenhum tipo de interferência intersimbólica. Este caso é denominado como transmissão *eigenmode* [4].

Considerando um sistema SIMO com 1 antena de transmissão e duas de recepção, denotado SIMO 1x2, temos que o sinal recebido y na antena j é dado por $y_j = h_j x + n_j$, e o filtro espacial casado maximiza a

SNR no receptor através da equalização com coeficientes complexos correspondentes ao conjugado dos coeficientes de cada canal h_j [1].

Sendo w_j os coeficientes do filtro, então, no caso MF, objetiva-se aumentar a potência do sinal recebido, então fazendo $w_j^* = h_j^*$ temos que o resultado da multiplicação do coeficiente do canal pelo coeficiente do filtro resulta em $h_j^* \cdot h_j = |h_j|^2$ multiplicando o sinal, aumentando a potência do sinal percebida, como explicitado na expressão a seguir:

$$\begin{aligned}
 \hat{y}_j &= \sum_{j=1}^{M_R} w_j^* y_j = \left(\sum_{j=1}^{M_R} w_j^* h_j \right) x + \sum_{j=1}^{M_R} w_j^* n_j \\
 &= \sum_{j=1}^{M_R} h_j^* h_j x + \underbrace{\sum_{j=1}^{M_R} h_j^* n_j}_{\hat{n}_j} \\
 &= |h_j|^2 x + \hat{n}_j
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Por conveniência, pode ser definido um “canal equivalente”, formado pelo produto interno de $\mathbf{w}^H \mathbf{h}$, resultando em um escalar [4]. O sinal processado no canal SIMO após o filtro é dado por:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{w}^H \mathbf{y} = \mathbf{w}^H (\mathbf{h}x + \mathbf{n}) = \mathbf{w}^H \mathbf{h}x + \mathbf{w}^H \mathbf{n} \tag{4.6}$$

Onde, vetor \mathbf{h} de coeficientes do canal tem dimensão $M_R \times 1$, assim como o vetor de ruído \mathbf{n} , e o vetor do filtro \mathbf{w}^H é o vetor hermitiano definido pelo conjugado transposto do vetor do canal \mathbf{h} , resultando na dimensão $1 \times M_R$, e fazendo com que o resultado do produto seja um escalar. \tilde{x} é um escalar assim como $\tilde{\mathbf{y}}$.

A SNR deste sistema pode ser dada por:

$$SNR = \frac{P_x |\mathbf{w}^H \mathbf{h}|^2}{\sigma_n^2 \|\mathbf{w}\|^2} \tag{4.7}$$

Como o objetivo deste equalizador é maximizar a SNR, isso significa maximizar o produto interno $\mathbf{w}^H \mathbf{h}$, e isso acontece quando os vetores \mathbf{w} e \mathbf{h} estão alinhados ($\theta = 0$), fazendo com que o vetor ótimo, normalizado para \mathbf{w}^H seja [4]

$$\mathbf{w}_{MF}^H = \frac{\mathbf{h}^H}{\|\mathbf{h}\|^2} \quad (4.8)$$

Além disso, seria interessante observar o efeito de MF em canais MIMO práticos (não ortogonais) a fim de compreender os limitantes de desempenho deste equalizador.

Com isso, o vetor de símbolos estimados e a nova SNR, considerando o vetor ótimo normalizado da equação (4.8), e o sistema MIMO não ortogonal, temos que para a k -ésima antenna transmissora, o sinal x correspondente recebido é dado por [4]:

$$\hat{x}_{MF} = x + \frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{n}, \quad SNR_{MF}(k) = \frac{P_x \|\mathbf{h}_k\|^2}{\sum_{i \neq k} |\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_i|^2 / \|\mathbf{h}_k\|^2 + \sigma_n^2} \quad (4.9)$$

Onde P_x é a potência de transmissão definida geralmente como unitária, \mathbf{h}_k é definido como um vetor coluna de dimensão $M_R \times 1$ correspondente a k -ésima coluna da matriz \mathbf{H} (de (3.5)), e \mathbf{h}_i é semelhante a \mathbf{h}_k mas para a i -ésima coluna. O vetor \mathbf{n} também possui dimensão $M_R \times 1$.

Aplicando o filtro normalizado de (4.8) para o sistema MIMO, obtemos o sinal recebido na k -ésima antenna como:

$$\tilde{y}_k = \mathbf{h}_k^H \mathbf{y} = x_k + \underbrace{\sum_{i \neq k}^{M_T} \left(\frac{\mathbf{h}_k^H \mathbf{h}_i}{\|\mathbf{h}_k\|^2} x_i \right)}_{\text{ISI}} + \underbrace{\frac{\mathbf{h}_k^H}{\|\mathbf{h}_k\|^2} \mathbf{n}}_{\text{Ruído efetivo}} \quad (4.10)$$

Observa-se, portanto, que o efeito de MF em canais MIMO práticos (não ortogonais) é desastroso, pois a ISI é considerada como parte do ruído efetivo.

4.2.2.2 Forçagem a Zero – ZF

O objetivo principal do equalizador de forçagem a zero é eliminar ISI [6][7]. Entretanto, essa premissa faz com que o processamento dos sinais recebidos resulte em um aumento do ruído enxergado no equalizador [1]-[4].

Por simplicidade, considere inicialmente o modelo apresentado em (4.3) onde não há ruído no sistema. Para encontrar o vetor transmitido \mathbf{x} ,

contando que existe perfeita CSIR, e a matriz do canal possui posto completo e é quadrada, o equalizador impõe sua matriz de equalização como $\mathbf{F}=\mathbf{H}^{-1}$, e então multiplica o vetor de sinais recebidos \mathbf{y} por essa matriz, obtendo assim [3]:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}_{ZF} \mathbf{y} \\ &= \mathbf{H}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{x} \\ &= \mathbf{x}\end{aligned}\tag{4.11}$$

Apesar da matriz do canal não precisar ser necessariamente quadrada, como explicitado no caso de (4.11), é necessário que a matriz tenha pelo menos posto completo de colunas, do contrário a matriz não possui inversa. Por exemplo, na situação onde $M_T > M_R$ a matriz tem mais colunas do que linhas, e não possuirá posto completo de colunas. No caso mais geral, quando $M_T < M_R$ (\mathbf{H} é uma matriz com mais linhas que colunas), e \mathbf{H} tem posto completo, existem várias matrizes invertíveis, portanto \mathbf{F} é definido pela pseudo-inversa da matriz \mathbf{H} , mostrada na equação (4.12). Esta equação serve para todos os casos em que a matriz possui posto completo, inclusive no caso específico onde $M_T = M_R$ e a matriz sendo quadrada faz com que $\mathbf{F}=\mathbf{H}^{-1}$ [2]-[11].

$$\mathbf{F}_{ZF} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \tag{4.12}$$

Utilizando a definição mais geral da matriz \mathbf{F}_{ZF} , na presença de ruído temos que o sinal após o processamento do equalizador ZF é [7]:

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}} &= \mathbf{F}_{ZF} \mathbf{y} \\ &= (\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{y} \\ &= \mathbf{x} + \underbrace{(\mathbf{H}^H \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^H \mathbf{n}}_{\text{amplifica o ruído}}\end{aligned}\tag{4.13}$$

A SNR é dada por [4]

$$SNR_{ZF}(k) = \frac{P_x}{\sigma_n^2 [\mathbf{K}_{ZF}^{-1}]_{kk}} \tag{4.14}$$

onde $\mathbf{K}_{ZF} = \mathbf{H}^H \mathbf{H}$ e a matriz \mathbf{H} é a definida por (3.5).

As equações (4.13) e (4.14) mostram que o equalizador ZF realmente elimina a interferência intersimbólica por causa da operação de inversão da matriz do canal, entretanto, como efeito colateral, essa operação acaba aumentando indesejadamente o ruído [4][6][7][11]. O oposto do que acontece no equalizador MF (MRC de recepção), que busca maximizar a razão sinal ruído, entretanto sofre com a interferência intersimbólica.

Por isso, chegamos ao terceiro candidato de equalizador linear, o MMSE.

4.2.2.3 Mínimo Erro Médio Quadrático – MMSE

O Equalizador linear MMSE apresenta um compromisso entre a minimização da interferência intersimbólica e amplificação de ruído [4].

A matriz de equalização no equalizador é dada por:

$$\mathbf{F}_{MMSE} = P_x \mathbf{H}^H R_{yy}^{-1} \quad (4.15)$$

Onde P_x é a potência de transmissão dos símbolos (definida geralmente como unitária) e R_{yy} é a matriz de covariância do sinal recebido, com dimensão $M_R \times M_T$ e é definida como [4]:

$$R_{yy} = E[\mathbf{y}\mathbf{y}^H] = P_x \mathbf{H}\mathbf{H}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I} \quad (4.16)$$

Onde σ_n^2 é a variância do ruído.

Com isso, utilizando a propriedade de inversão de matrizes, é possível encontrar a expressão equivalente para a matriz de equalização no equalizador como sendo [7]:

$$\mathbf{F}_{MMSE} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \frac{\sigma_n^2}{P_x} \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H \quad (4.17)$$

O equalizador MMSE não necessita que a matriz do canal tenha posto completo em colunas, mas, é comprovado que a performance cairá se essa condição não é atendida [6].

Para verificar o efeito da interferência intersimbólica e do ruído no equalizador MMSE, realizamos a operação de estimação do símbolo

recebido considerando apenas os sinais recebidos na k -ésima antena. Assim, após a operação $y_k = \mathbf{F}_{MMSE,k}(x_k + \mathbf{n})$, temos [4]:

$$\begin{aligned}\hat{x}_{MMSE,k} &= \mathbf{h}_k^H R_{yy}^{-1} \mathbf{h}_k x_k + \sum_{i \neq k} \mathbf{h}_k R_{yy}^{-1} \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{h}_k R_{yy}^{-1} \tilde{\mathbf{n}} \\ \hat{x}_{MMSE,k} &= x_k + \underbrace{(\mathbf{h}_k^H R_{yy}^{-1} \mathbf{h}_k - 1)x_k + \sum_{i \neq k} \mathbf{h}_k R_{yy}^{-1} \mathbf{h}_i x_i + \mathbf{h}_k R_{yy}^{-1} \tilde{\mathbf{n}}}_{n_{MMSE,k}} \quad (4.18)\end{aligned}$$

O resultado apresenta a interferência somada ao ruído, independentes de x_k . O equalizador é polarizado ($E[\hat{x}_{MMSE,k}|x_k] \neq x_k$), ou seja, considera tudo como ruído e espera um sinal na forma $x_k + n_{MMSE,k}$, onde $n_{MMSE,k}$ é o ruído efetivo correspondente à interferência intersimbólica somada ao ruído [4].

Por fim, os equalizadores escolhidos para implementação e comparação apresentada no capítulo a seguir, foram os três equalizadores lineares apresentados até aqui: MF, ZF e MMSE. Estes equalizadores foram escolhidos em decorrência de serem vastamente utilizados em sistemas MIMO, não somente na equalização, mas também na estimação do canal [23][25]-[31]. Além disso, foram escolhidos principalmente devido a sua simplicidade de implementação, baixa complexidade computacional e considerável aplicabilidade prática.

5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

5.1 Metodologia

Uma vez conhecidos os principais equalizadores utilizados no *uplink* do sistema de comunicação MIMO, além do conhecimento das características necessárias do canal para a utilização de cada um deles, a metodologia de avaliação adotada consiste na análise de simulações do sistema.

A métrica de avaliação de desempenho utilizada foi a comparação da BER (Bit Error Rate – Taxa de Erros de Bit), a qual é vastamente utilizada para comparação de performance, uma vez que representa satisfatoriamente os efeitos do ruído e da interferência intersimbólica no sistema de comunicação.

As simulações foram feitas com um número variável de realizações do canal definido pelo valor mínimo dentre 3 critérios que são: atingir o valor mínimo de BER (*MinBer*) estipulado ou o máximo número de erros (*MaxNumErr*) ou o número máximo de iterações (realizações do canal), sendo assim definido por:

$$\min(\text{MinBer}, \text{MaxNumErr}, \text{MaxIterações}) \quad (5.1)$$

$$\text{MaxIterações} = \frac{\frac{1}{\text{MinBer}} * \text{MaxNumErr}}{N_{\text{símb}}}$$

Onde $N_{\text{símb}}$ é o número de símbolos transmitido por realização do canal.

Além disso, não é aplicado nenhum tipo de código para melhorar o desempenho da comunicação (*uncoded*). Essa premissa foi tomada para simplificar a implementação das simulações, uma vez que a codificação não é o foco deste trabalho.

Como já comentado, as simulações foram realizadas com o objetivo de comparar o desempenho de três diferentes tipos de técnicas de equalização no *uplink* do sistema MIMO. Os equalizadores escolhidos para comparação foram os três equalizadores lineares apresentados no capítulo 4: MF, ZF e MMSE.

Para a implementação e realização das simulações foi utilizado o Software Matlab R2015a.

Sumarizando, temos que as especificações gerais e considerações utilizadas na simulação do sistema foram:

- Considerando que OFDM foi previamente aplicado
- Simulação de canal em Banda Base
- Coeficientes do canal seguem variável aleatória com distribuição Rayleigh
- Canais entre antenas são totalmente descorrelacionados
- Ruído: VA gaussiana complexa circularmente simétrica com média nula e variância $N_0/2$, definida desta forma para que a SNR possa ser considerada como E_s/N_0 .
- Constelação com Energia Unitária
- Potência de transmissão total é unitária e dividida pelo número de antenas transmissoras (número de usuários, uma vez que cada usuário possui uma antena.)
- Sem código (*uncoded*)
- Conhecimento total do estado canal no receptor (CSIR).
- Decisor *Hard Decision*
- Número de símbolos transmitidos por realização do canal: 100
- BER mínima: 10^{-4}
- Número de erros máximo: 5000.

5.2 Resultados

Três conjuntos de simulações foram realizadas em uma implementação do sistema apresentado previamente e os resultados serão explicitados a seguir, juntamente com os parâmetros individuais específicos de cada simulação e uma breve análise.

5.2.1 Simulação A

Objetivo da Simulação:

Comparação de desempenho entre os equalizadores lineares MF, MMSE e ZF utilizando métrica BER.

Parâmetros Individuais:

- Modulação: 4-QAM
- Número de antenas transmissoras $M_T=4$; Número de antenas receptoras $M_R=4$; (MIMO 4x4)

Resultado:

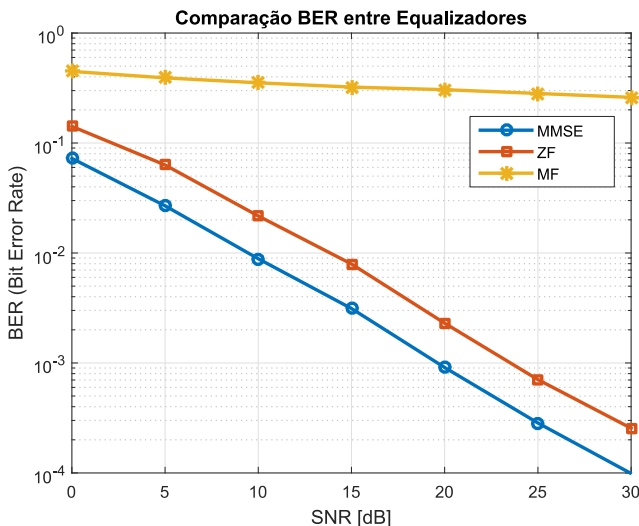


Figura 8 - BER Uplink do canal MIMO 4x4 para equalizadores MF, ZF e MMSE.

É possível observar na Figura 8 que a equalização MMSE possui desempenho melhor do que ZF e MF. Dada uma BER fixa de 10^{-2} , o equalizador MMSE precisa de uma SNR quase 5dB menor do que ZF.

A inclinação das curvas também demonstra que, além do equalizador do filtro casado espacial MF possuir um desempenho muito aquém em relação aos dois outros comparados, analisando uma determinada SNR, mesmo ao aumentar essa SNR o decaimento da taxa de erros é muito mais lento no receptor MF. Por realizar apenas uma filtragem com a matriz complexa conjugada transposta (hermitiana) do canal, o equalizador MF não consegue lidar com a interferência intersimbólica.

Outro fator que implica neste baixo desempenho é que este equalizador é idealizado para canais SIMO, ou canais com interferência intersimbólica próxima a zero. Geralmente o filtro espacial MF pode ser utilizado com seu equivalente na transmissão, com o objetivo de ajustar fases de cada transmissão para que após as reflexões do multipercurso haja interferência construtiva no receptor, entretanto é necessário que haja CSIT.

Além de proporcionar a melhor qualidade na comunicação dentre os equalizadores simulados, com menor taxa de erros de bit, o equalizador

MMSE possui uma complexidade computacional semelhante a ZF. Entretanto, por causa da operação da inversão da matriz do canal, ambos são um pouco mais complexos do que o MF, que realiza apenas uma operação hermitiana.

Em uma análise somente entre estes três equalizadores, o que apresenta o melhor compromisso entre desempenho e complexidade seria o MMSE, que tem o melhor desempenho, com uma complexidade de implementação e processamento equiparável à do ZF, sendo assim aceitável para aplicações em tempo real. Contudo, existem vários outros equalizadores com desempenho superior ao MMSE, inclusive derivados deste que utilizam uma mistura de SIC com o MMSE linear [3].

5.2.2 Simulação B

Objetivo da Simulação:

Comparação de desempenho entre diferentes ordens de modulação (4 vs 16 vs 64 QAM) para cada um dos equalizadores lineares MF, MMSE e ZF utilizando métrica BER.

Parâmetros Individuais:

- Número de antenas transmissoras $M_T=4$; Número de antenas receptoras $M_R=4$; (MIMO 4x4)

Resultados:

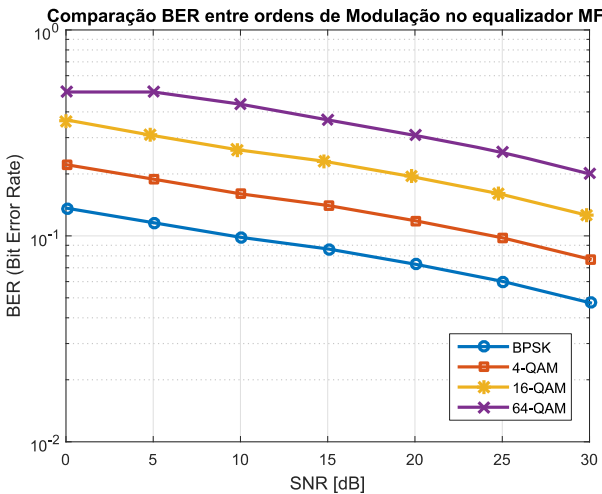


Figura 9 - Comparação BER entre modulações M-QAM. Equalização MF

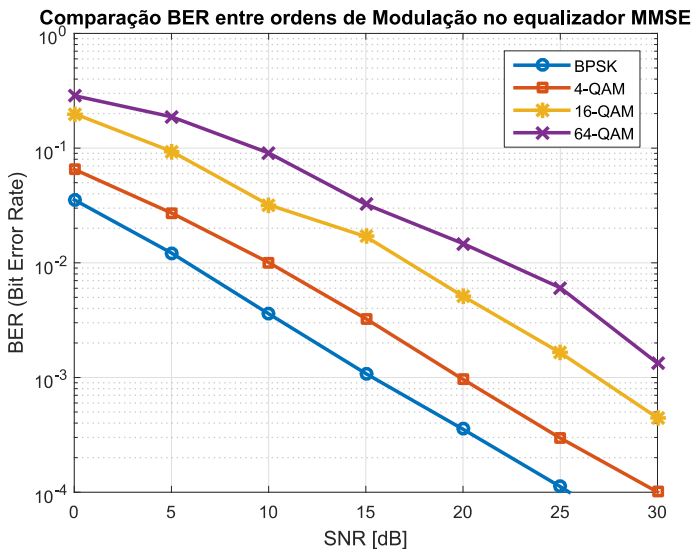


Figura 10 - Comparação BER entre modulações M-QAM. Equalização MMSE.

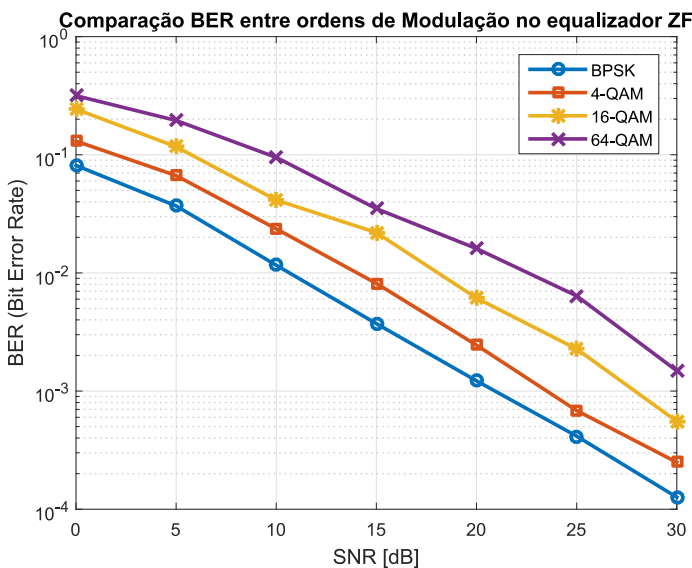


Figura 11 - Comparação BER entre modulações M-QAM. Equalização ZF.

Os resultados da Figura 9, Figura 10 e Figura 11, levam à conclusão natural de que ao aumentar a ordem da modulação, mantendo

um sistema MIMO 4x4, a taxa de erros de bit também aumenta, uma vez que é definido que, independentemente de ser um sistema MIMO ou não, a energia da constelação é unitária, e cada símbolo é transmitido com uma energia menor.

É necessário também considerar que mais bits estão sendo transmitidos. Daí vem uma das razões para o compromisso entre a taxa de transmissão e a taxa de erros de bit. Quanto maior a modulação, maior o número de bits por símbolo, e considerando uma mesma frequência de transmissão, maior a taxa de bits. Entretanto, com isso, também é maior a SNR necessária para alcançar uma determinada taxa de erros.

É conhecido inclusive para outros canais de comunicação que não devem haver alterações na inclinação das curvas de BER com o aumento da ordem da modulação. Apenas deve ser observado um deslocamento nestas curvas. Essa premissa é aqui verificada e continua válida para canais MIMO. Além disso, a diferença de desempenho em relação aos diferentes equalizadores observada na simulação A, continua sendo verificável através da comparação entre as figuras da simulação B.

5.2.3 Simulação C

Objetivo da Simulação:

A primeira parte da simulação objetiva a comparação de desempenho dos os equalizadores lineares MF, MMSE e ZF utilizando métrica BER, considerando diferentes canais MIMO quadrados. É avaliado, portanto, o efeito do crescimento do número de antenas para receber (M_R) e transmitir (M_T). Já na segunda parte o objetivo é avaliar o efeito do uso massivo de antenas na recepção, fixando em 10 o número de antenas para transmissão. Há ainda uma terceira parte onde há o aumento massivo de M_R e M_T é simultâneo, mas limitado pela razão $M_R/M_T = 5$. Os resultados são explicitados a seguir.

Parâmetros Individuais da primeira parte:

- Modulação: 4-QAM
- Canais MIMO quadrados. $M_R=M_T$
- Números de antenas na primeira parte: 1x2, 2x2, 4x4, 8x8.

Resultados:

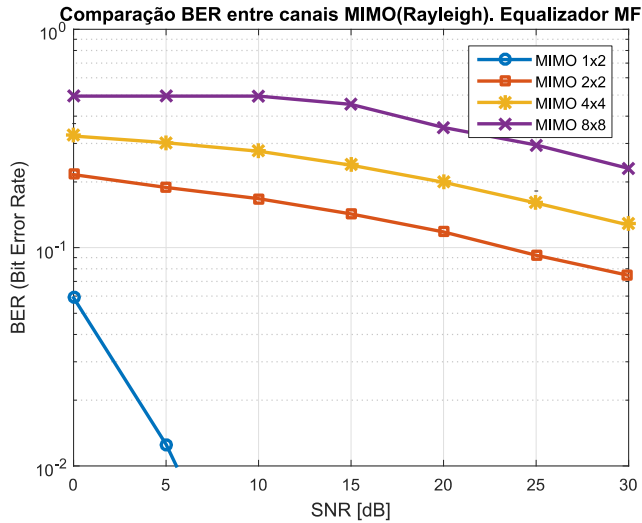


Figura 12 - Comparação de BER com o crescimento do número de antenas. Equalização MF.

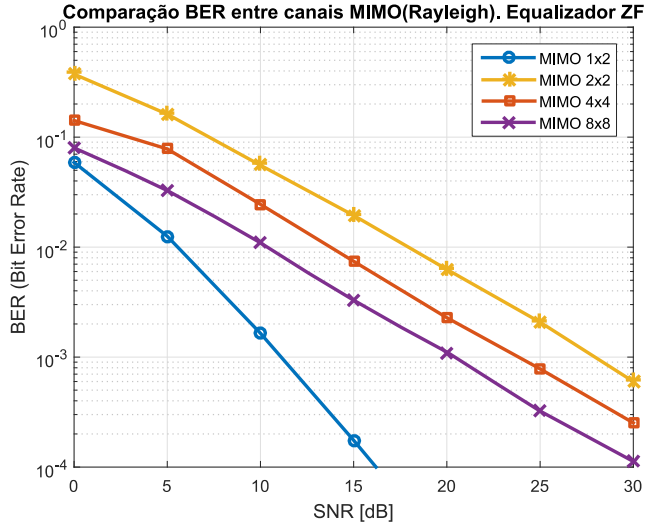


Figura 13 - Comparação de BER com o crescimento do número de antenas. Equalização ZF.

O resultado da Figura 12 mostra que o aumento do número de antenas, para o equalizador MF piora o desempenho, uma vez que no

canal MIMO quadrado, há o aumento das antenas de recepção mas também ao mesmo tempo de transmissão, ou seja, mais terminais transmitindo ao mesmo tempo. Isso faz com que haja maior interferência intersimbólica, e o ganho de multiplexação não seja suficiente para compensar a perda do desempenho devido à interferência.

Já os resultados da Figura 13 e Figura 14 mostram que o aumento do número de antenas tende a melhorar o desempenho da comunicação, visto que os equalizadores ZF e MMSE tratam corretamente da ISI. Isso mostra inicialmente a tendência do número massivo de antenas proporcionar um aumento no desempenho em termos de BER.

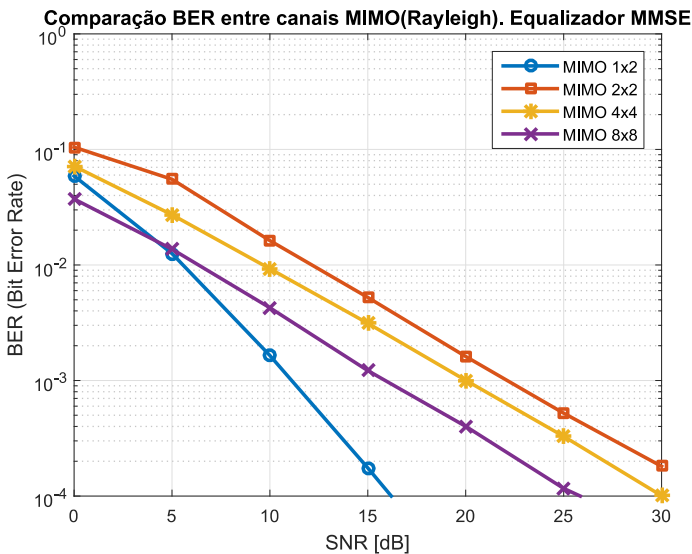


Figura 14 - Comparação de BER com o crescimento do número de antenas. Equalização MMSE.

Na simulação da Figura 14, a curva de BER do canal MIMO 8x8 está levemente abaixo até mesmo do canal SIMO 1x2 para baixos valores de SNR.

Outro fator interessante é que, comparando todos os resultados das figuras da primeira parte da simulação C, todos os equalizadores alcançaram desempenhos similares para o canal SIMO 1x2, mostrando que o desempenho sem interferência intersimbólica é equivalente para todos os equalizadores.

Segunda parte: Mimo Massivo

Na segunda parte da simulação, foram utilizados os mesmos parâmetros da simulação anterior com as seguintes diferenças:

- Canal de *uplink* do MIMO massivo: $M_R \gg M_T$.
- M_T fixa em 10 antenas. M_R variando até 400 antenas.
- SNR fixa em 3dB

Comparação BER x N antenas entre canais MIMO(SNR fixa=3dB). $nTx=10$

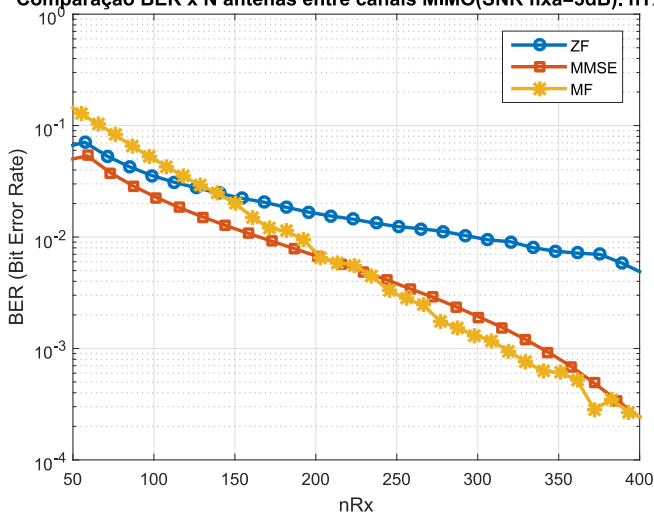


Figura 15 - Comparação BER com crescimento massivo de antenas na recepção. SNR=3dB. Todos os 3 equalizadores.

O resultado de simulação mostrado na Figura 15 mostra que o aumento massivo de antenas na recepção faz com que o desempenho da comunicação melhore, em termos de BER. Isso comprova os resultados teóricos de endurecimento do canal, onde, para um número muito grande de antenas receptoras, os efeitos do desvanecimento de pequena escala e da interferência vão sendo minimizados. (Obs. Notação: $nRx=M_R$, $nTx=M_T$)

Comparação BER x N antenas entre canais MIMO(SNR fixa=20dB). $nT_x=10$

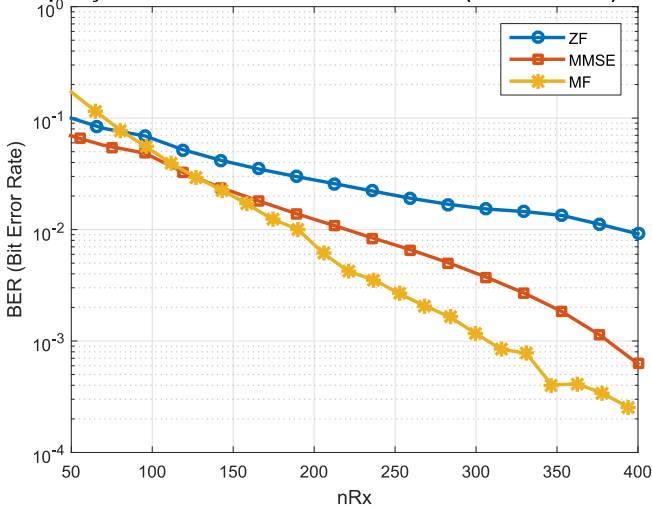


Figura 16 - Comparação BER com crescimento massivo de antenas na recepção e aumento da SNR. SNR=20dB. Todos os 3 equalizadores.

É interessante também notar que, para um número de antenas de recepção maior que 150 na Figura 16, o receptor MF alcança performance ainda melhor do que o MMSE, uma vez que, pelo efeito do endurecimento do canal, os canais entre antena transmissora e as múltiplas antenas receptoras se comportam como canais SIMO planos. Na comparação da Figura 16 com a Figura 15, o aumento da SNR também demonstra que o equalizador MF se comporta ainda melhor no cenário do MIMO massivo com alta SNR.

Terceira Parte: MIMO Massivo $M_R/M_T = 5$.

Por fim, ainda uma terceira simulação foi realizada considerando agora uma variação também no número de antenas transmissoras de maneira massiva, mas não de forma quadrada como na primeira parte, mas sim mantendo uma relação $M_R/M_T=5$. Isso foi feito pois apenas quando há um aumento do número de terminais transmitindo simultaneamente é que existe um ganho real na capacidade do enlace. A avaliação do desempenho neste cenário também é válida. O resultado é apresentado na Figura 17 a seguir.

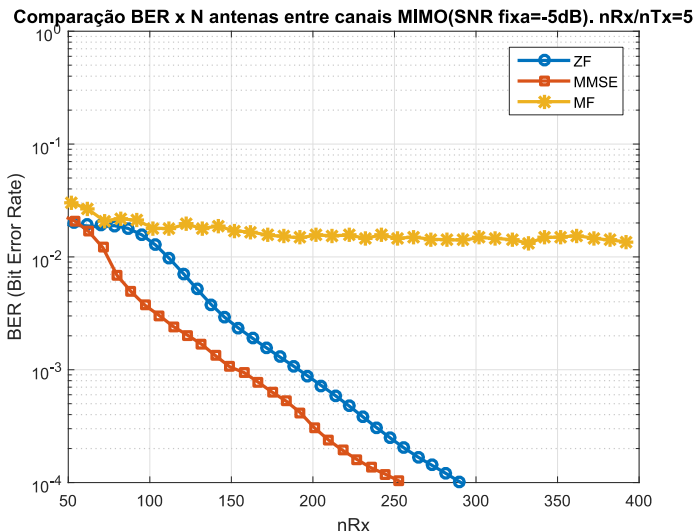


Figura 17 - BER vs SNR para equalizadores MF, ZF, e MMSE. Considerando razão $M_R/M_T=5$ e SNR de -5dB.

Foi necessário que fosse diminuída ainda mais a SNR, fixando-a em -5dB, a fim de que as curvas de BER para os equalizadores ZF e MMSE ficassem na faixa até 10^{-4} . Com valores maiores de SNR a BER ficava muito próxima de zero ficando fora da área do gráfico desejada. Isso já demonstra um resultado de que o aumento também do número de antenas de transmissão, melhora ainda mais o desempenho em termos de BER para os equalizadores ZF e MMSE, mas para o equalizador MF, o desempenho piorou, pelo fato já explicitado de seu baixo desempenho em presença de ISI.

Além da melhora no desempenho em termos de BER, o aumento do número de antenas transmissoras faz com que haja ganho real de capacidade no canal. Uma relação de número de antenas receptoras 5 vezes maior do que o número de antenas transmissoras já traz um ganho de capacidade em relação à simulação da Figura 16, pelo maior número de terminais compartilhando os mesmos recursos canal.

A fim de obter uma noção quantitativa do aumento do desempenho em termos de BER da simulação da Figura 17 em relação à Figura 16, para o equalizador MMSE alcançar uma BER de 10^{-3} na Figura 16 foram necessárias mais de 350 antenas de recepção, enquanto para esta última simulação, MMSE alcançou esta BER com apenas 150 antenas de recepção, além de que necessitou uma SNR 25dB menor.

6 CONCLUSÃO

Foram explorados neste trabalho os conceitos relacionados à modelagem do canal sem fio, assim como os parâmetros que o classificam. Foram também explicitados alguns parâmetros do sistema MU-MIMO, especialmente do *uplink*, para que pudessem ser desenvolvidos e apresentados os equalizadores lineares.

Com o desenvolvimento dos três equalizadores lineares simples, mas que são utilizados na prática, foi possível implementar a proposta principal deste trabalho, que consiste na avaliação do desempenho destes equalizadores utilizando a métrica de BER. Além disso, também foi explorado o conceito do MIMO massivo no capítulo 3, e um conjunto especial de simulações foi realizado, proporcionando o entendimento de que o aumento do número de antenas receptoras, massivamente em relação ao número de terminais transmissores, faz com que o desempenho da comunicação seja aumentado em termos da taxa de erro de bit. O aumento massivo do número de antenas transmissoras também aumenta o desempenho, mas apenas para os equalizadores ZF e MMSE que tratam corretamente da eliminação da interferência entre terminais.

Após a análise de todas as simulações, conclui-se que, dentre os receptores apresentados, o MMSE é o que alcança um balanço ótimo em termos de robustez ao ruído e supressão da interferência intersimbólica. Diferentemente do ZF, que minimiza a interferência, mas é falho no tratamento do ruído, e do MRC, que busca minimizar o ruído mas falha em tratar a interferência.

Finalmente, existem inúmeros outros tipos de receptores com desempenho melhor em termos de BER que os demonstrados neste trabalho, especialmente os não lineares. Entretanto, a complexidade destes receptores é muito maior, e dependendo da aplicação, um equalizador demasiadamente complexo pode inviabilizar a comunicação, inserindo atrasos no sistema. Por isso, os equalizadores abordados, além de servirem como base para outros mais avançados, são alternativas reais para determinadas aplicações.

7 REFERÊNCIAS

- [1] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of wireless communication*. Cambridge UP: Cambridge, 2013.
- [2] A. Goldsmith, *Wireless communications*. Cambridge University Press, 2005.
- [3] L. Bai, J. Choi, and Q. Yu, *Low complexity MIMO receivers*. Cham: Springer, 2014.
- [4] T. Brown, P. Kyritsi and E. De Carvalho, *Practical Guide to MIMO Radio Channel*. Chichester: Wiley-blackwell, 2012.
- [5] T. Marzetta, E. Larsson, H. Yang and H. Ngo, *Fundamentals of massive MIMO*. New York: Cambridge University Press, 2016.
- [6] J. Hampton, *Introduction to MIMO communications*. New York: Cambridge University Press, 2014.
- [7] A. Chockalingam and B. Rajan, *Large MIMO systems*. New York, NY: Cambridge Univ. Press, 2014.
- [8] H. Huang, C. Papadias and S. Venkatesan, *MIMO communication for cellular networks*. New York: Springer, 2012.
- [9] M. Da Silva and F. Monteiro, *MIMO Processing for 4G and Beyond*. Bosa Roca: CRC Press, 2016.
- [10] E. Biglieri, *MIMO wireless communications*. Cambridge: Cambridge University Press, 2007.
- [11] B. Clerckx, C. Oestges and C. Oestges, *MIMO wireless networks*. Oxford: Academic Press, 2013.
- [12] Y. Cho, J. Kim, W. Yang and C. Kang, *MIMO-OFDM wireless communications with MATLAB*. Singapore [u.a]: Wiley, 2011.
- [13] C. E. Shannon, *Communication in the presence of noise*, Proc. IRE, 137 (1949), pp. 10–21
- [14] S. Verdu, “*Multiuser Detection*”, Cambridge University Press, 1st, 1998.
- [15] R. G. Gallager, *Stochastic Processes, Theory for Applications*, Cambridge: Cambridge University Press, 2013, p. 144.
- [16] K. Ahn, "Performance analysis of MIMO-MRC system in the presence of multiple interferers and noise over Rayleigh fading

channels", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 8, no. 7, pp. 3727-3735, 2009.

[17] T. Li and M. Torlak, "Performance of ZF Linear Equalizers for Single Carrier Massive MIMO Uplink Systems", *IEEE Access*, vol. 6, pp. 32156-32172, 2018.

[18] Y. Jiang, M.K. Varanasi, and J. Li. "Performance analysis of ZF and MMSE equalizers for MIMO systems: An in-depth study of the high SNR regime." *IEEE Transactions on Information Theory*, 57(4):2008–2026, 2011.

[19] A. Hedayat, A. Nosratinia and N. Al-Dhahir, "Linear Equalizers for Flat Rayleigh MIMO Channels", *Proceedings. (ICASSP '05). IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2005*.

[20] A. Azizzadeh, R. Mohammadkhani and S. Makki, "BER Performance of Uplink Massive MIMO With Low-Resolution ADCs", *Arxiv.org*, 2018. [Online]. Available: <https://arxiv.org/abs/1710.00335>. [Accessed: 13- Oct- 2018].

[21] S. Elkassimi, S. Safi and B. Manout, "Equalization Algorithms for MIMO System", *Waset.org*, 2018. [Online]. Available: <https://waset.org/publications/10001879/equalization-algorithms-for-mimo-system>. [Accessed: 12- Sep- 2018].

[22] I. Poole, "LTE MIMO | Multiple Input Multiple Output Tutorial | Radio-Electronics.com", *Radio-electronics.com*, 2018. [Online]. Available: <https://www.radio-electronics.com/info/cellulartelecomms/lte-long-term-evolution/lte-mimo.php>. [Accessed: 21- Sep- 2018].

[23] A. Sahu and A. Khare, "A Comparative Analysis of LS and MMSE Channel Estimation Techniques for MIMO-OFDM System", *Journal of Engineering Research and Applications*, vol. 4, Issue 6, pp. 162-167, 2014.

[24] X. Yu, S. Leung, W. Xu, J. Wang and X. Dang, "Precoding for Uplink Distributed Antenna Systems With Transmit Correlation in Rician Fading Channels", *IEEE Transactions on Communications*, vol. 65, no. 11, pp. 4966-4979, 2017.

[25] A. Khelifi and R. Bouallegue, "Performance Analysis of LS and LMMSE Channel Estimation Techniques for LTE Downlink

Systems", *International Journal of Wireless & Mobile Networks*, vol. 3, no. 5, pp. 141-149, 2011.

[26] M. Ozdemir and H. Arslan, "Channel estimation for wireless OFDM systems", *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, vol. 9, no. 2, pp. 18-48, 2007.

[27] A. Assalini, E. Dall'Anese and S. Pupolin, "On the Robustness of MIMO LMMSE Channel Estimation", *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 9, no. 11, pp. 3313-3319, 2010.

[28] M. Rana, "Channel estimation techniques and LTE terminal implementation challenges", *2010 13th International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT)*, 2010.

[29] A. Agarwal and A. Jagannatham, "Distributed Estimation in Homogenous Poisson Wireless Sensor Networks", *IEEE Wireless Communications Letters*, vol. 3, no. 1, pp. 90-93, 2014.

[30] G. Fodor, P. Marco and M. Telek, "Performance Analysis of Block and Comb Type Channel Estimation for Massive MIMO Systems", *Proceedings of the 1st International Conference on 5G for Ubiquitous Connectivity*, 2014.

[31] A. Assalini, E. Dall'Anese and S. Pupolin, "Linear MMSE MIMO Channel Estimation with Imperfect Channel Covariance Information", *2009 IEEE International Conference on Communications*, 2009.

